

Martin Winter

**DISKRIMINATION UND REPRODUKTION
GEOMETRISCHER FIGUREN BEI KINDERN
IM ALTER VON FÜNF BIS SIEBEN JAHREN**

1978

Fachgebiet Erziehungswissenschaften

Diskrimination und Reproduktion
geometrischer Figuren bei Kindern
im Alter von fünf bis sieben Jahren

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der
P h i l o s o p h i s c h e n F a k u l t ä t
der
Westfälischen Wilhelms-Universität
zu
Münster (Westf.)

vorgelegt von
Martin Winter
aus Alstätte (Westf.)

1978

D 6



Tag der mündl. Prüfung: 8. Mai 1978

Tag der Promotion : 10. Mai 1978

Dekan : Prof. Dr. Maria Elisabeth Brockhoff

Referent : Prof. Dr. Line Kossolapow

Korreferent : Prof. Dr. Anneliese Mannzmann

Vorbemerkung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, deren Unterstützung mir die Erstellung der vorliegenden Arbeit ermöglicht hat: den Lehrerinnen und Kindergärtnerinnen, die mir die Arbeit mit den ihnen anvertrauten Kindern erleichtert haben, vor allem aber allen beteiligten Kindern, die mir durch ihre bereitwillige und oft ideenreiche Mitarbeit wertvolle Erfahrungen vermittelt haben.

Anregende Hilfen verdanke ich Prof. Dr. Line Kossolapow und den Teilnehmern ihres Doktorandenkolloquiums, in dem der Aufbau der Arbeit unter kritischen, konstruktiven Hinweisen Gestalt annahm.

Mein Dank gilt auch Prof. Dr. Peter Sorger, der mir den Zugang zu umfangreichem Untersuchungsmaterial seiner eigenen Forschungen ermöglichte und darüberhinaus häufig zu weiterführenden Gesprächen zur Verfügung stand.

Meinem Freund Hans Koops danke ich für seine Hinweise in der Auswahl und Anwendung der statistischen Verfahren sowie für manche zusätzliche Anregung in wichtigen Phasen meiner Arbeit.

Ganz besonders habe ich schließlich meiner Frau Irene zu danken, die während aller Phasen der Entstehung dieser Arbeit die zeitlichen und organisatorischen Mühen mitzutragen hatte und vor allem in der endredaktionellen Überarbeitung eine unschätzbare Hilfe war.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Die Bedeutung geometrischer Erfahrungen im Rahmen der Förderung kognitiver Fähigkeiten im Vorschulalter	5
2.1 Aufgaben vorschulischer Erziehung	5
2.2 Förderung kognitiver Fähigkeiten und mathematische Früherziehung	8
2.3 Die Bedeutung früher Erfahrung geometrischer Phänomene	10
2.3.1 Orientierung in der Umwelt	11
2.3.2 Strukturierung der Erfahrungen aus der Umgebung	13
2.3.3 Grundelemente kreativen Gestaltens	15
2.3.4 Grundlage mathematischer Begriffsbildung	18
3. Der Aufbau geometrischer Konzepte	21
3.1 Eine mathematische Hierarchie geometrischer Invarianten	21
3.1.1 Topologische Invarianten	26
3.1.2 Projektiv-affine Invarianten	29
3.1.3 Euklidisch-metrische Eigenschaften - formqualifizierende Merkmale	31
3.1.4 Zusammenfassung	36
3.2 Geometrische Begriffsbildung aus entwicklungspsychologischer Sicht	38
3.2.1 PIAGETs Theorie der Entwicklung geometrischer Begriffe	38
3.2.2 Kritische Anmerkungen zu PIAGET	50

	Seite
3.3 Geometrische Leistungen als Produkte eines informationsverarbeitenden Wahrnehmungsprozesses	63
3.3.1 Ansätze D.R. OLSONs zur Interpretation geometrischer Leistungen	64
3.3.2 Wahrnehmung als aktive Tätigkeit der Informationsaufnahme in Abhängigkeit vom Aktivitätsbereich	70
3.4 Exkurs: Wahrnehmung und Raumvorstellung als Intelligenzfaktoren	76
4. Vorbereitung einer Untersuchung der Leistungen 5-7jähriger Kinder bei der Diskrimination und Reproduktion ebener geometrischer Figuren	81
4.1 Untersuchungsergebnisse zur Fähigkeit 'Geometrisches Differenzieren'	81
4.2 Voruntersuchungen im Vorschulbereich	87
4.3 Zielsetzungen der Untersuchung	95
4.4 Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination	102
4.5 Reproduktionsaufgaben und Auswertungskriterien	114
5. Untersuchungsergebnisse	127
5.1 Beschreibung der Versuchspersonen	127
5.2 Die Beachtung von Formqualitäten bei visueller Diskrimination	130
5.2.1 Instruktion und Durchführung	130
5.2.2 Visuelle Diskriminationsleistungen bei Auswahl geometrischer Figuren	132
5.2.3 Präferenz formspezifischer Merkmale bei visueller Diskrimination	141
5.3 Die Berücksichtigung formspezifischer Eigenschaften bei der Reproduktion ebener geometrischer Figuren bei Kindern im Kindergarten, Schulkindergarten und ersten Schuljahr	150

	Seite
5.3.1	Instruktion und Durchführung 150
5.3.2	Die Berücksichtigung der Eigenschaften des Quadrats in Normallage 154
5.3.3	Besonderheiten bei der Reproduktion des Quadrats auf der Spitze 166
5.3.4	Die Berücksichtigung der Eigenschaften des achsensymmetrischen Trapezes 179
5.3.5	Die Reproduktion des Parallelogramms 190
5.4	Differenzierende Aspekte in der Auswertung der geometrischen Leistungen der Kinder 204
5.4.1	Interdependenz der Leistungen bei verschiedenen Variablen 204
5.4.2	Der unterschiedliche Schwierigkeitsgrad der Figuren in Abhängigkeit von den Reproduktionsverfahren 211
5.4.3	Altersabhängigkeit der Leistungen 217
5.4.4	Einflüsse der Reihenfolge der Durchführung zeichnerischer Rekonstruktion und Stäbchenverfahren auf die Leistungen der Versuchspersonen 224
5.4.5	Leistungssteigerungen beim Zeichnen nach vorherigem Versagen 229
5.5	Interpretation der Versuchsergebnisse
5.5.1	Die Konzentration und Leistungsbereitschaft der Versuchspersonen 234
5.5.2	Die Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften bei der Reproduktion geometrischer Figuren 237
5.5.3	Geometrische Begriffsbildung und Strategien der Informationsverarbeitung 243
5.5.4	Zusammenfassung 253
6.	Geometrische Aktivitäten im Vorschulbereich 257
6.1	Die Rolle des Mediums geometrischer Aktivitäten - Konsequenzen für den Umgang mit geometrischen Vorgaben im Vorschulalter 257

	Seite
6.2	Möglichkeiten und Bedingungen geometrischer Erfahrungen 262
6.3	Aktivitätsbereiche geometrischer Erfahrungen im Vorschulalter 265
6.3.1	Übungen zur Förderung der Diskriminationsfähigkeit 265
6.3.2	Übungen taktiler Wahrnehmung geometrischer Einzelheiten in motorischen Aktivitäten 268
6.3.3	Gestalterische Aktivitäten mit räumlich-geometrischen Aspekten 270
6.4	Ausblick 281
7.	Anhang: Ergebnisse der statistischen Auswertung 284
7.1	Ergebnisse bei visueller Diskrimination 284
7.2	Reproduktionsergebnisse 289
7.3	Korrelation zwischen Variablen 306
7.4	Ergebnisse unter verschiedenen Aspekten 313
	Literaturverzeichnis 320

1. Einleitung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit Möglichkeiten zu mathematischer Früherziehung.

Unter mathematischer Früherziehung ist in diesem Zusammenhang ein Lernangebot zu verstehen, das dazu dient, Kindern im Vorschulalter in vorstrukturierten Aktivitäten erste Erfahrungen mathematischer Zusammenhänge zu vermitteln und die Entwicklung mathematischer Begriffe vorzubereiten. Dabei richtet sich das Lernangebot vornehmlich auf zwei Ziele: Einmal geht es um die Entwicklung spezifischer kognitiver Fähigkeiten, die für das Lernen von Mathematik von Bedeutung sind, zum anderen um die Möglichkeit, frühzeitig Lerndefizite zu erfassen und durch gezielte Förderung abzubauen.

Besonders beeinflusst wurde meine Arbeit durch die Untersuchungen und Beiträge von H. FREUND und P. SORGER, die in einem pragmatischen Ansatz ein Modell mathematischer Fähigkeiten entwickelt haben,¹ deren Entwicklungsstand sich bereits bei Kindern im Vorschulalter erheben läßt. FREUND und SORGER haben durch die Entwicklung spezifischer Arbeitsblätter versucht, Fähigkeiten zu operationalisieren, die für die Bewältigung des Mathematiklernens von Bedeutung sind, wie die 'Fähigkeit zum Schlußfolgern-den Denken', 'Räumliches Vorstellungsvermögen', Fähigkeit zum 'Geometrischen Differenzieren' und andere.

Die Aspekte Räumliches Vorstellungsvermögen und Geometrisches Differenzieren stellten dabei einen Bereich dar, in dem in den Untersuchungen von FREUND und SORGER von den Kindern einerseits unerwartet hohe Leistungen gezeigt wurden, andererseits aber bei Vor- und Nachtests bei denselben Kindern sehr unterschiedliche Ergeb-

1) FREUND und SORGER 1974b

nisse auftraten, die vor allem im Rahmen zeichnerischer Reproduktionen von ebenen geometrischen Figuren die Einschätzung räumlich-geometrischer Fähigkeiten und Rückschlüsse auf den Stand der Entwicklung geometrischer Vorstellungen in Frage stellte. Hinzu kam bei diesen Aufgaben eine starke Diskrepanz zu den hohen Leistungen in Aufgaben zu visueller Diskrimination.

Da der Bereich spezifischer geometrischer Erfahrungen oft nur einen geringen Teil unter den Anregungen zu mathematischer Früherziehung einnimmt, auch wenn W. NEUNZIG in seinem Buch 'Mathematik im Vorschulalter' diesem ein ausführliches Kapitel widmet,¹ erschien es lohnenswert, sich näher mit dem Komplex geometrischer Aktivitäten im Vorschulalter zu beschäftigen mit dem Ziel, einen Beitrag zur Fundierung geometrischer Aktivitäten in der mathematischen Früherziehung zu leisten, indem die Leistungsfähigkeit der Kinder aufgedeckt und Hinweise für geeignete Bedingungen geometrischen Lernens gewonnen werden.

Die vorliegende Arbeit bettet zunächst die Ziele mathematischer Früherziehung, speziell geometrischer Erfahrungen in die Aufgaben und Zielsetzungen vorschulischer Erziehung ein, und bietet damit einen Versuch, geometrische Aktivitäten als Teil eines Vorschulcurriculums zu rechtfertigen.

Eine mathematische Hierarchisierung grundlegender geometrischer Invarianten gibt den Rahmen ab für die Darstellung von J. PIAGETs entwicklungspsychologischer Theorie der Entwicklung räumlich-geometrischer Vorstellungen. Dieser mathematische Rahmen ist nicht in mathematischer Strenge geschrieben, er enthält keine exakten Definitionen oder Beweise. Er enthält dafür die Veranschaulichung

1) NEUNZIG, 1972

grundlegender geometrischer Zusammenhänge, die Charakterisierung spezifischer Eigenschaften als Merkmale, die unter bestimmten geometrischen Abbildungen invariant bleiben. Diese Einführung soll das Verständnis der analog strukturierten, entwicklungspsychologischen Theoriebildung erleichtern.¹

Nach einer kritischen Sichtung der Theoriebildung J. PIAGETS folgt die Darstellung eines auf D.R. OLSON zurückgehenden Ansatzes zur Interpretation der Leistungen von Kindern bei Aufgaben mit geometrischen Vorgaben, der auf eine Wahrnehmungstheorie aufbaut, wie sie von E.J. GIBSON und J.J. GIBSON geprägt wurde.

Auf diesem Hintergrund und spezifischen Vorerfahrungen aus der Arbeit mit Kindern des Elementarbereichs wird eine Untersuchung mit Kindern aus Kindergarten, Schulkindergarten und erstem Jahrgang der Grundschule dargestellt, die sich mit den Leistungen der Kinder bei der Beschäftigung mit ebenen geometrischen Figuren in visueller Diskrimination, zeichnerischer Reproduktion und Reproduktion mit Hilfe aufzuklebender Holzstäbchen befaßt.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung bestätigen die Brauchbarkeit des OLSONschen Ansatzes, die geometrischen Leistungen als Ergebnisse aktiver Wahrnehmungstätigkeit eines medienabhängigen Prozesses der Informationsaufnahme und -verarbeitung anzusehen.

Darüberhinaus bestätigt das Leistungsniveau bei der Beachtung spezifischer geometrischer Merkmale, daß Aktivitäten zur Erfahrung geometrischer Zusammenhänge

1) Für den Leser, der sich genauer über den mathematischen Hintergrund informieren will, sei einschlägige Literatur empfohlen, z.B. ARNOLD 1964 und MITSCHKA und STREHL 1975. Didaktische Anregungen für den Geometrieunterricht findet man bei DIENES und GOLDING 1969a,b

eine adäquate Beschäftigung zur Erweiterung der kognitiven Fähigkeiten schon des Vorschulkindes darstellen.

Im Anschluß an diese Ergebnisse soll ein Ausblick gegeben werden, der für frühe geometrische Erfahrungen Aktivitätsbereiche aufzeigt, die in die pädagogische Arbeit vorschulischer Institutionen integriert werden können.

2. Die Bedeutung geometrischer Erfahrungen im Rahmen der Förderung kognitiver Fähigkeiten im Vorschulalter

2.1 Aufgaben vorschulischer Erziehung

Seit dem Beginn des Head-Start Vorschulprojektes in den USA 1964 hat die pädagogische Arbeit im vorschulischen Bereich eine Fülle von Anregungen erfahren, die auch in der Bundesrepublik Deutschland zu vermehrten Aktivitäten in der vorschulischen Bildungsarbeit geführt haben, die nicht umstritten geblieben sind.

Auch die Auseinandersetzung um die Frage 'Kindergarten oder Vorklasse', also um die Art der Institutionalisierung vorschulischer pädagogischer Betreuung, die mit dem Abschluß des Vorklassenversuches in NRW zu einem vorläufigen Ergebnis zugunsten des Kindergartens gekommen ist, kann die Entwicklung in Richtung auf eine planvolle pädagogische Betreuung des Kindes im Vorschulalter nicht rückgängig machen.

Unabhängig von der Frage, in welcher institutionalisierten Form die Aufgabe pädagogischer Betreuung noch nicht eingeschulter Kinder wahrgenommen wird, stecken die Situationsbedingungen von Kindern dieser Altersstufe den Rahmen notwendiger erzieherischer Maßnahmen ab und weisen vorschulischen Einrichtungen gleich welcher Art eine wesentliche Aufgabe bei der Persönlichkeitsentwicklung des Kindes zu.

Im Wesen vorschulischer Erziehung liegt die Förderung der Entwicklung der gesamten Persönlichkeit auf sozial-emotionaler wie auf kognitiver Ebene. Die Institutionen zur pädagogischen Betreuung von Kindern im Vorschulalter haben die Chance, diese Aufgaben ohne die Einengung durch institutionalisierte Leistungsanforderungen wahrzunehmen, eine Forderung, die W. HORNSTEIN für die Ar-

beit im Kindergarten für unerläßlich hält: "... nämlich die Forderung, daß das Lernen in diesem Alter frei von Leistungszwang und Leistungsdruck bleiben soll."¹ Nichtsdestoweniger haben vorschulische Einrichtungen als erste Institutionen außerfamiliärer Sozialisation die Aufgabe, durch gezielte Anregungen und Förderungsmaßnahmen dem Kind Gelegenheit zur Auseinandersetzung mit seiner Umwelt zu geben und so einen ausreichenden Erfahrungshorizont sicherzustellen, der als Grundlage für die folgenden schulischen Lernerfahrungen dienen kann.

Dies ist auch die Ansicht HORNSTEINs zur Arbeit im Kindergarten, wobei er noch einmal nachdrücklich die Bedeutung der emotionalen Aspekte der Persönlichkeitsentwicklung des Kindes hervorhebt:

"Ich bin zunächst der Auffassung, daß der Kindergarten zwar keine auf schulische Leistung ausgerichtete Einrichtung ist, daß aber, auf der Basis einer pädagogischen Gesamtstrukturierung des Kindergartens, durchaus gezielte Förderungsprogramme entwickelt und angewandt werden sollten. ... Zu den Bedingungen, die jede gezielte pädagogische Arbeit im Kindergarten bedenken muß, gehört die Beachtung der emotionalen Grundlagen der frühkindlichen Welterfahrung und des frühkindlichen Lernens."² Dies soll nicht vergessen werden, wenn im folgenden versucht wird, Grundlagen und Bedingungen für Aktivitäten im Bereich kognitiver Erfahrungen von Kindern im Vorschulalter darzustellen. Ohne die Förderung der sozial-emotionalen Entwicklung des Kindes ist eine im Hinblick auf eine ausgewogene Entwicklung der Persönlichkeit erfolgreiche kognitive Förderung nicht denkbar.

Die Förderung kognitiver Fähigkeiten im Vorschulalter ist vor allem auf zwei Zielsetzungen vorschulischer päd-

1) HORNSTEIN, 1973, S. 60

2) Ebd., S. 59

agogischer Betreuung ausgerichtet.

Zum einen nimmt die vorschulische Erziehung komplementäre Aufgaben zur Familienerziehung wahr, indem das Bildungsangebot vorschulischer Einrichtungen ein ergänzendes Lernangebot darstellt. Es bietet Anregungen, die die heutige Kleinfamilie nicht mehr bietet, etwa auf der sozial-emotionalen Ebene das Aufwachsen in einer Gemeinschaft von mehreren Kindern verschiedener Altersstufen oder Lernmöglichkeiten, die normalerweise in der Familie nicht gegeben sind, etwa im Bereich der Erfahrung von Phänomenen in Natur und Technik.¹

Das Curriculum einer vorschulischen Einrichtung - um mit Vorsicht diesen Ausdruck hier einzusetzen - ergänzt so die Kenntnisse und Erfahrungen des Kindes, die es innerhalb der Familie gewonnen hat, um ein Erleben der über die Familie hinausgehenden Umwelt und erweitert so den Erfahrungshorizont des Kindes auf ein Niveau, das die Grundlage für seine späteren schulischen Lernerfahrungen darstellt.

Darüberhinaus aber müssen sich die Erzieher in vorschulischen Einrichtungen bewußt sein, daß die pädagogische Betreuung des Kindes im Vorschulalter auch kompensatorische Funktionen zu erfüllen hat. Die täglichen Spiele und Beschäftigungen eines Kindes, seine Kommunikation und Interaktion mit anderen Kindern, können schon bald auf ein Defizit an bis dahin erfolgten Erfahrungen der Umwelt hinweisen. Die Arbeit in vorschulischen Einrichtungen gibt hier die Chance, notwendige Lernangebote und Anregungen gezielt an die betreffenden Kinder heranzutragen, um ihnen die Möglichkeit zu geben, Lücken in grundlegenden Erfahrungen der Umwelt zu schließen.

1) vgl. Deutscher Bildungsrat, 1970, S. 110f.

2.2 Förderung kognitiver Fähigkeiten und mathematische Früherziehung

Vor allem im Rahmen komplementärer und kompensatorischer Aufgaben hat die Förderung kognitiver Fähigkeiten im Vorschulalter ihren Platz. Diese Aufgaben wahrzunehmen, bedeutet, ein differenziertes Lernangebot bereitzustellen:

"Die Zukunft der Vorschulpädagogik hängt davon ab, ob es gelingt, ein breit angelegtes Programm zu entwickeln, das die kreativen Kräfte des Kindes im kognitiven Bereich gleich wirksam freisetzt, wie in Spiel, Kunst und sozialen Aktivitäten."¹

Zu der Entwicklung kognitiver Fähigkeiten von Kindern im Vorschulalter gehört auch die Grundlegung und Vorerfahrung mathematischer Begriffe. Eine der wichtigsten Begriffsbildungen, die Entwicklung des Zahlbegriffs, fällt in diese Altersstufe. Daher ist es nicht verwunderlich, daß gerade für den Bereich der Zahlbegriffsentwicklung eine Fülle von Untersuchungen, vielfach ausgehend von PIAGET, durchgeführt worden ist,² die nicht ohne Auswirkungen auf vorschulische Programme geblieben sind, vor allem was den Umgang mit konkreten Mengen zur Vorbereitung der Zahlbegriffsbildung bzw. des logisch-arithmetischen Denkens angeht.³

Es soll hier nicht in die Diskussion um die vielfältigen Versuche zur kognitiven Frühförderung oder gar zu Trainingsprogrammen auf dieser logisch-arithmetischen Ebene eingegriffen werden. Auf diesem Gebiet hat es ge-

1) SCHMALOHR, 1973, S. 108

2) vgl. dazu BRAINERD; DAIRY; FISHER; FLOER und SCHIPPER; GLAUS und SENFT; HEMMER; LAUX; NEUNZIG; RAUH; SEIDEL; SIGEL, ROEPER und HOOPER u.v.a.

3) vgl. BEREITER und ENGELMANN; KRATZMEIER; NEUNZIG; SORGER, u.a.

nügend Anlaß zur Auseinandersetzung gegeben.¹

Auf ein Problem muß allerdings hingewiesen werden - und dies scheint der Grund für manche fruchtlose Diskussion um Berechtigung oder Erfolg von 'Mathematikprogrammen' zu sein - , daß mathematische Erfahrungen im Vorschulalter nicht isoliert stattfinden können, sondern nur in konkreten Situationen, denen mathematische Strukturen zugrundeliegen.

Die Arbeitsgruppe Vorschulerziehung des Deutschen Jugendinstituts (DJI) schließt einen Abschnitt über mathematische Früherziehung: "Es wäre unserer Ansicht nach falsch, aus der Tatsache, daß Kinder in bestimmten Situationen 'mathematischen' Problemen begegnen, die Berechtigung für einen 'Mathematikkurs' abzuleiten, der abgehoben von diesen Situationen durchgeführt wird."²

Dem ist zuzustimmen. Allerdings muß man hinzufügen - und dem wird sich auch die Arbeitsgruppe Vorschulerziehung nicht verschließen - , daß man solche konkreten Situationen provozieren kann, daß es also möglich ist, mathematische Erfahrungen durch die Auseinandersetzung mit konkreten Situationen sicherzustellen, um das Ziel mathematischer Früherziehung zu erreichen, wie es H. FREUND und P. SORGER formulieren:

"Im Zentrum der mathematischen Früherziehung steht die Ausbildung von geistigen Fähigkeiten, die nötig sind, damit das Kind seine Umwelt bewußt erkennen, sich mit ihr auseinandersetzen und in ihr zu selbständigen Entscheidungen über notwendige Handlungen kommen kann."³

Eine Reihe von Anregungen zu mathematisch strukturierten Erfahrungen aus der Umwelt bieten H. SCHINKÖTHE und

1) vgl. dazu SCHMALOHR, 1973, Arbeitsgruppe Vorschulerziehung des DJI, 1974

2) Arbeitsgruppe Vorschulerziehung, 1974, S. 102

3) FREUND und SORGER, 1974, S. 4

G. KRETSCHMER in dem Beitrag 'Mengen und Längen im Kindergarten'.¹ Hier werden Situationen und Beschäftigungen aus dem täglichen Leben im Kindergarten auf ihre mathematische Struktur hin aufgeschlüsselt. Die Aktivitäten der Kinder lassen ein Erfassen der Situation auf verschiedenen Abstraktionsstufen zu. Die Hilfen, die SCHINKÜTHE und KRETSCHMER damit dem Erzieher für konkrete Lernsituationen im Kindergarten angeben, gründen sich dabei auf eine Theorie der Entwicklung geistiger Tätigkeiten, wie sie G. WILDAUER² dargestellt hat.

Die Erfahrung in täglich begegnenden Phänomenen der Umwelt, denen mathematische Strukturen und Beziehungen zugrundeliegen, sollte daher auch der Weg sein, Kinder im Vorschulalter an Begriffsbildungen heranzuführen, die aus der Geometrie, dem weiten Gebiet mathematischer Strukturen stammen, das angesichts der weitläufigen Diskussion um das zentrale Problem der Zahlbegriffsbildung, die Voraussetzung für das Erlernen der Kulturtechnik des Rechnens ist, eher zurückstehen mußte, in letzter Zeit aber mehr und mehr in den Mittelpunkt des Interesses rückt.

2.3 Die Bedeutung früher Erfahrung geometrischer Phänomene

Die vorliegende Arbeit wird versuchen aufzuzeigen, auf welche Eigenschaften und Beziehungen auf räumlich-geometrischem Gebiet sich die Aufmerksamkeit von Kindern im Vorschulalter richtet und welche Art von Aktivitäten im Bereich vorschulischer Institutionen Möglichkei-

1) SCHINKÜTHE und KRETSCHMER, 1972

2) WILDAUER, 1968

ten zu Erfahrungen bieten, die grundlegend für die Bildung geometrischer Begriffe sein können.

Dabei ist allerdings eines festzuhalten: Wenn ich dafür plädiere, daß Kindern im Vorschulalter Möglichkeiten und Anregungen für geometrische Grunderfahrungen geboten werden müssen, so liegt die Rechtfertigung dafür nicht einfach in der Durchführbarkeit, die durch die Erprobung einzelner Aktivitäten im Kindergartenbereich zu erweisen ist.

Auch ist es nicht das Bemühen, gewisse mathematische Teilcurricula aus der Schule in den vorschulischen Bereich vorzuverlegen, das eine Beschäftigung mit geometrischen Begriffen im Vorschulalter rechtfertigen kann, selbst wenn die Aktionsformen des Lernens im Kindergarten oder der Vorschule in einigen Aspekten gerade für die Erfahrung geometrischer Zusammenhänge geeigneter erscheinen als in der Schule. Eine Rechtfertigung eines Curriculums geometrischer Aktivitäten im Vorschulalter, das bedeutet wohlgemerkt keinen 'Geometrikurs', sondern die Bereitstellung von Lernangeboten zur Erfahrung geometrischer Begriffe, die Möglichkeit zu eigenständiger Betätigung und Einsatz von Arbeitsmaterialien, denen geometrische Aspekte innewohnen, kann nur darin liegen, daß man versucht darzulegen, daß die Erfahrung geometrischer Eigenschaften und Beziehungen - nicht in abstrakter Form, sondern gebunden an konkrete Erfahrungen - bereits für die Lebenssituation des Vorschulkindes von Bedeutung ist.

2.3.1 Orientierung in der Umwelt

Um seine Umwelt kennenzulernen und sich in der Umwelt selbständig orientieren zu können, muß das Kind vor allem lernen, Objekte in seiner Umwelt wiederzuerkennen,

mit denen es bereits vorher Kontakt gehabt hat. Neben der Farbe sind es vor allem Formqualitäten, die dem Kind die Möglichkeit geben, einen Gegenstand zu identifizieren,¹ sei es, daß es sie durch taktile Wahrnehmung erfährt, wenn es den Gegenstand manipuliert, sei es, daß es in visueller Wahrnehmung, wie es in zunehmendem Maße bei wachsendem Alter geschieht, den Gegenstand anhand seiner Konturen und räumlichen Ausdehnung, also an seiner äußeren Form erkennt.

Mit der anwachsenden Komplexität der Erfahrungswelt des Kindes werden die Unterscheidungsmerkmale, anhand derer das Kind die Dingwelt seiner Umwelt identifiziert, immer differenzierter. In der Wahrnehmung der Formen drückt sich diese Ausdifferenzierung in der zunehmenden Abstufung verschiedener Formeigenschaften aus: Eine Ecke ist "spitzer" oder "stumpfer" als eine andere, ein Stab "länger" oder "kürzer" als ein anderer usw.; alle Merkmale solcher Art sind Ausdruck unterschiedlicher geometrischer Eigenschaften der Form, und die Erfahrung differenzierter Formeigenschaften als wichtige Orientierungshilfe auf dem Weg zur Fähigkeit, sich selbständig in der Umwelt zu orientieren, liefert so gleichzeitig die Grundlage für geometrische Begriffsbildungen. Über die Identifizierung von Formelementen an bekannten Gegenständen hinaus ist das Kind bei der Orientierung in seiner Umwelt auf die Erfahrung der räumlich-geometrischen Beziehungen der Objekte untereinander angewiesen. Wie es zunächst an sich selber - spätestens wenn es aufrecht zu gehen gelernt hat - allmählich strukturelle Beziehungen im Raum, wie oben - unten, vorne - hinten, rechts - links, zu unterscheiden lernt,² treten die Gegenstände der von dem Kind wahrgenommenen Umwelt eben-

1) Vgl. dazu LJUBLINSKAJA, 1975, S. 217

2) Vgl. auch STOCKRATH, 1963

falls in dieses Bezugssystem ein, in dem das Kind selbst das Zentrum eines dreidimensionalen Koordinatensystems darstellt, in das es die Objekte der Umgebung differenziert nach Richtung und Entfernung einzuordnen lernt. Mit der Bewegung im Raum erfährt das Kind die scheinbare Veränderung der Objekte in der visuellen Wahrnehmung. Und wieder sind es geometrische Eigenschaften, die das unterschiedliche Erscheinungsbild der Objekte bei der Bewegung des wahrnehmenden Subjektes im Raum kennzeichnen.

2.3.2 Strukturierung der Erfahrungen aus der Umgebung

Bietet die Erfahrung geometrischer Eigenschaften Orientierungshilfen in der bekannten Umwelt, so leistet sie darüberhinaus wichtigen Beistand bei der Strukturierung neuer Erfahrungen.

Wenn auch das Interesse des Kindes darin besteht, z.B. einen unbekannten Gegenstand kennenzulernen, indem es seine Funktion oder Bedeutung erfährt, so bleibt ihm doch oft zunächst nichts anderes übrig, als ihn aufgrund seines Erscheinungsbildes, d.h. seiner äußeren Form und seiner räumlichen Ausdehnung, mit dem Erscheinungsbild ihm bekannter Gegenstände zu vergleichen. Wenn es dabei "Ähnlichkeiten" entdeckt, hat es zwar sicher nicht den mathematischen Begriff der "Ähnlichkeit" zur Einordnung des Gegenstandes eingesetzt, aber die Elemente, die den mathematischen Begriff der Ähnlichkeit konstituieren, sind durchaus vergleichbar mit denen, die für das Kind "Ähnlichkeit" zwischen Gegenständen bedeuten, nämlich Eigenschaften, die die Formqualität des Gegenstandes bestimmen.

Geometrische Formen, geometrische Eigenschaften und Be-

ziehungen begegnen dem Kind im täglichen Leben als Strukturierungsmerkmale der Umwelt:

"Im Kindergarten, in der elterlichen Wohnung, auf der Straße, in der gesamten Umwelt stoßen die Kinder ständig auf geometrische Figuren: Sie hantieren in den Beschäftigungen mit Legeplättchen verschiedener Form, erblicken dreieckige Dachgiebel, Zelte und Verkehrszeichen, stecken kreisrunde Münzen in ihre Sparbüchse, schütten einen Sandkegel auf, wohnen in einem quaderförmigen Haus usw."¹

Um auf eines der genannten Beispiele einzugehen: Dem undurchdringlichen Chaos der Situation im Straßenverkehr ist das Kind zunächst hilflos ausgesetzt. Neben der Aufgabe, den Ablauf des Verkehrs in seinen vielfältigen Funktionen zu erfahren, bieten räumlich-geometrische Begriffe Anhaltspunkte und Hilfen, dieses komplexe System zu strukturieren. Richtung und Entfernung sich bewegender Objekte einzuschätzen, frühzeitig an den Konturen zu erkennen, was für ein Verkehrsmittel einem entgegenkommt, die Situation einer Verkehrslage mit allem was sie an Bedingungen bietet, Häuser, Einfahrten, Straßen, parkende Autos etc., möglichst schnell und richtig zu erfassen, dies alles sind Fähigkeiten, die zu erlernen das Kind erst am Anfang steht, und bei diesem Lernvorgang sind geometrische Eigenschaften und Beziehungen Elemente einer Strukturierung der räumlichen Zusammenhänge der umgebenden Situation.

Schließlich sollte in diesem Zusammenhang auch noch hingewiesen werden auf die Ausgestaltung der Verkehrsschilder und auf Verkehrsschildern angebrachter Markierungen, die nicht zuletzt auf der Signalwirkung geometrischer Grundformen beruht (vgl. z.B. die Einteilung in runde Gebots- und Verbotsschilder und dreieckige Hinweis- und Warnschilder, Richtungspfeile, Dreieck auf die Spitze ge-

1) SCHINKÜTHE und KRETSCHMER, 1972, S. 39

stellt oder auf der Grundseite, unterschiedlich eingefärbte Flächen, unterschiedliche Einteilung der Fläche und vieles andere mehr).

Kindern begegnet beim Erlernen der Bedeutung all dieser Hinweise eine Vielfalt differenzierter Eindrücke, die es mit Hilfe geometrischer Vorerfahrungen leichter zu verarbeiten lernt.

2.3.3 Grundelemente kreativen Gestaltens

Schließlich soll noch ein weiteres Argument für die Erfahrung geometrischer Begriffe ins Feld geführt werden. Dieses Argument betrifft die Erfahrung geometrischer Eigenschaften und Beziehungen, insbesondere an geometrischen Grundformen, als eine der Grundlagen für die Möglichkeit zur Entfaltung individueller Fähigkeiten im Bereich zeichnerischer und sonstiger gestalterischer Aktivitäten.

Kunstpädagogische Richtungen unterschiedlichster Ausprägungen finden inhaltlich ihren gemeinsamen Ausgangspunkt in der Vermittlung der Beherrschung geometrischer Grundelemente.¹ Die Beherrschung der Wiedergabe verschiedener geometrischer Eigenschaften und Beziehungen bietet gleichsam das Handwerkszeug für kreatives Gestalten in verschiedenen Aktivitätsformen.

Als Beleg für diese These mögen einige Hinweise dienen, die A. BAREIS auf dem Gebiet der Kinderzeichnung zur Entwicklung der Gestaltungsfähigkeit gibt.

Zweifellos ist bei dem Hinweis auf geometrische Erfahrungen als Grundlage etwa für zeichnerisches Gestalten nicht

1) Vgl. dazu. Bund deutscher Kunsterzieher (Hrsg.), 1977

an Voraussetzungen gedacht, die etwa zur perspektivischen Darstellung dreidimensionaler Gegebenheiten auf einer zweidimensionalen Zeichenfläche nötig sind. Hier weist BAREIS ausdrücklich darauf hin, daß das Kind 'anders' darstellt:

"Das Kind geht eigene Wege, um seine Raumerlebnisse und -vorstellungen, d.h. die Beziehungen der Dinge und Personen im Raum, ihr Neben- und Hintereinander gestalt- haft zum Ausdruck zu bringen."¹

Die Einflüsse räumlich-geometrischer Erfahrungen zeigen sich in anderen Entwicklungen der bildnerischen Gestaltung des Kindes. Ein erster Gesichtspunkt ist die Strukturierung der Zeichenfläche:

"Das Bild ist nun räumlich klar geordnet: Die untere Blattkante ist Bezugsort für die Aufrichtung aller Bild- gegenstände. Rechts, links, oben und unten sind deutlich gegeben."²

Die Wirkung geometrischer Beziehungen zeigt sich aber nicht nur in der Strukturierung des Gesamtbildes, sondern auch in Einzelheiten der Darstellung. BAREIS berichtet, daß Kinder z.B. bei der Darstellung von Gliedmaßen Unterschiede zunächst vor allem durch rechtwinklige Anordnung zueinander wiederzugeben versuchen.

"Im Laufe der bildnerischen Entwicklung genügt dem Kinde aber die bisherige Darstellungsweise nicht mehr, denn damit läßt sich z.B. eine stehende Person von einer sich bewegendem nicht klar genug unterscheiden. Lange Zeit sind daher zusätzliche Worterklärungen nötig, um das Gemeinte dem Betrachter verständlich zu machen. Erst die Hinzunahme schräger Richtungen erlaubt diese Absicht auch bildnerisch zu verwirklichen. ...

Doch geht kein Kind zur Darstellung von schrägen Richtungs-

1) A. BAREIS, 1976, S. 29.

2) Ebd., S. 31.

beziehungen über, bevor es nicht die einfachsten Winkelbeziehungen visuell zu beherrschen gelernt hat. Dann aber werden schräge Richtungen auf alles angewandt, was das Kind zeichnet.

Aufgrund dieser neuen Gestaltungsmöglichkeit werden die Zeichnungen der Kinder sichtlich lebensnäher und reicher."¹

Auch bei der Entwicklung der Hauszeichnung sind solche Entwicklungen zu beobachten, die von sich aus differenzierende Gestaltungsmöglichkeiten zeugen: Ausgehend von einer primitiven Rundform entwickelt sich die Darstellung des Hauses über zeltähnliche Darstellungen zu allgemeinen Darstellungsformen, in die rechteckige Grundelemente eingehen: "In der Folge führt die Absicht des Kindes, die Hausform besser zu gliedern, weiter zu differenzieren und zu vervollständigen, gerade beim Dach zu neuen Problemen."²

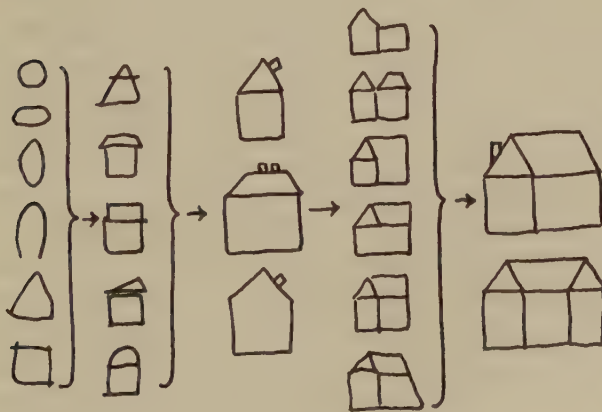


Abb. 2.1 Entwicklung der Hauszeichnung beim Kind
(nach A. BAREIS, 1976, S. 44)

1) A. BAREIS, 1976, S. 18, Hervorhebung vom Verf.

2) Ebd., S. 45

Die vorangehenden Erläuterungen mögen ein Hinweis darauf sein, daß geometrisch strukturierte Gegebenheiten zu der Erfahrungswelt eines Kindes im Vorschulalter gehören. Damit das Kind diesen Erfahrungen gerüstet begegnen und eine Grundlage für die Entwicklung geometrischer Begriffe aufbauen kann, lohnt es sich, die Bedingungen zu erwägen, unter denen ein Kind im Rahmen der pädagogischen Betreuung in vorschulischen Einrichtungen Gelegenheit bekommt, in verschiedensten Aktivitätsformen seinen Erfahrungshorizont räumlich-geometrischer Phänomene zu erweitern.

2.3.4 Grundlage mathematischer Begriffsbildung

Die geometrischen Vorbegriffe, die das Kind im Vorschulalter aufbauen konnte, haben sodann einen wesentlichen Anteil an den kognitiven Voraussetzungen für den schulischen Mathematikunterricht, der bereits für den Bereich der Primarstufe in zunehmendem Maße geometrische Inhalte vorsieht.¹ Im Geometrieunterricht werden mathematische Begriffe erarbeitet, indem auf Erfahrungsgrundlagen und intuitives Vorverständnis zurückgegriffen wird.

Dabei erfolgt je nach Jahrgangsstufe eine fortschreitende Abgrenzung und Präzisierung der Begriffe bis hin zu einer mathematisch exakten Definition.

Vorbereitende Beschäftigungen mit geometrischen Phänomenen dienen im Rahmen des Unterrichts in der Regel nicht zur ersten Vermittlung von Erfahrungen, aus denen heraus die begriffliche Präzisierung sich entwickelt; vielmehr sollen sie spezifische Erfahrungen, die der Schüler bereits gemacht hat, ins Bewußtsein rufen, um die Voraussetzungen für die Erarbeitung bestimmter Be-

1) Vgl.: BESUDEN; FRICKE; GLATFELD; KOOPS und SORGER; H. WINTER, u.a.

griffe bereitzustellen. Für diesen Erfahrungsschatz zu sorgen, ist eine der Aufgaben früher geometrischer Aktivitäten.

Entsprechend den 'Niveaustufen' der Entwicklung mathematischen Denkens, wie sie P.M. van HIELE formuliert hat,¹ bedeutet dies die Beschäftigung mit geometrischen Objekten auf dem Grundniveau, einem intuitiven Stadium des Denkens, auf dem die Objekte kennengelernt werden, mit deren Eigenschaften man sich auf der ersten Niveaustufe befaßt. Geometrische Aktivitäten, bei denen spezifische Erfahrungen vermittelt werden, entsprechen sogar Aspekten des Lernens auf der ersten Niveaustufe:

"Auf dem ersten Niveau betrachtet man die Figuren als Träger von Eigenschaften. Man beschäftigt sich dort mit Objekten, die zu der inneren Ordnung des Grundniveaus, des intuitiven Stadiums gehören."²

Allerdings stellen die ersten Erfahrungen auf dieser Niveaustufe, wie sie in elementaren geometrischen Aktivitäten vermittelt werden, noch nicht die volle Entwicklung dar. Es handelt sich aber um eine Präfiguration der Begriffe und Eigenschaften, auf der eine gezielte Erarbeitung der mathematischen Präzisierung aufbauen kann.

Auch im Sinne der Stufen im mathematischen Lernprozeß nach Z.P. DIENES³ erfüllen frühe geometrische Aktivitäten die Voraussetzungen der ersten beiden Lernstufen: Die erste Stufe mathematischen Lernens stellt nach DIENES eine freie Erkundungsphase dar, auf der die zweite Stufe aufbaut, auf der nach Regeln, nach leitenden Gesichtspunkten, durch die die Aktivitäten strukturiert werden, gezielte Erfahrungen vermittelt werden.

1) Vgl. van HIELE, 1958, S. 398f.

2) Ebd., S. 399

3) Vgl. DIENES, 1971

DIENES' ersten beiden Stufen mathematischen Lernens stellen damit für die mathematische Früherziehung im Bereich der Geometrie auch im Vorschulalter adäquate Lernformen dar.

Geometrische Aktivitäten im Vorschulalter sind daher aus der Sicht des Mathematikunterrichtes auf dem Gebiet räumlich-geometrischer Begriffsbildungen von ausschlaggebender Bedeutung für die Bereitstellung von Vorerfahrungen.

Ebenso wie auf dem Gebiet logisch-arithmetischer Fähigkeiten stellen die Erfahrungen des Vorschulkindes wichtige Phasen frühen mathematischen Lernens dar.

Auch von daher ist es ein berechtigtes Anliegen, neben der Förderung von Aktivitäten im Hinblick auf die Entwicklung logisch-arithmetischer Fähigkeiten durch aktive Vorerfahrungen die Präfiguration räumlich-geometrischer Begriffe sicherzustellen.

3. Der Aufbau geometrischer Konzepte

3.1 Eine mathematische Hierarchie geometrischer Invarianten

Um die Darstellung der Entwicklung geometrischer Begriffe zu strukturieren, bietet sich aus mathematischer Sicht eine Hierarchisierung der Begriffe an, wie sie auch in den Begriffsbildungen der entwicklungspsychologischen Darstellung der Herausbildung geometrischer Vorstellungen durch J. PIAGET nachvollzogen wird.

Wenn man auf die grundlegende Bedeutung der Geometrie als mathematische Disziplin zurückgeht, so kann man darunter die Lehre von den Eigenschaften des uns umgebenden Raumes verstehen. Die Theorien und Sätze der Geometrie in diesem Sinn stellen den Versuch dar, den uns umgebenden Raum mathematisch zu strukturieren. In dieser Weise kann Geometrie eine Hilfe zur Strukturierung der Umwelt Erfahrungen darstellen und darüberhinaus eine Hilfe zur weiteren Erschließung der Umwelt bieten.

(Das Erkenntnisinteresse des Mathematikers geht selbstverständlich über diesen als allgemein anzusehenden Anspruch hinaus.)

Gesichtspunkte der geometrischen Strukturierung liegen dabei im Erkennen von Gemeinsamkeiten verschiedener Objekte, im Erfassen räumlicher Beziehungen sowie in der Beobachtung des Verhaltens der Objekte, der Veränderung ihres Erscheinungsbildes bei Lageveränderungen (der Gegenstände oder des beobachtenden Subjektes) oder bei Manipulationen der Objekte, also bei Veränderungen, die unmittelbar an den Objekten durchgeführt werden.

Geometrische Begriffe lassen sich dann fassen als Eigenschaften und Beziehungen, die auch bei unterschiedlichen Erscheinungsformen an den Objekten unverändert bleiben. Damit stellen sich solche Merkmale als kennzeichnend für die geometrischen Objekte dar und liefern so Bezugspunkte

te für die Orientierung in der Umwelt. Mathematisch lassen sich Lageveränderungen im Raum, Manipulationen an räumlichen Objekten oder Änderungen des Erscheinungsbildes eines Objektes bei verändertem Blickwinkel durch Abbildungen beschreiben. Diese Abbildungen verändern in unterschiedlicher Weise die Erscheinungsform des geometrischen Objektes, auf das sie angewandt werden.¹

Eigenschaften und Beziehungen, die sich unter solchen Abbildungen als unverändert erweisen, stellen dann charakteristische Invarianten dar, die als grundlegende geometrische Begriffe anzusehen sind.

Im folgenden sollen nun einige der wichtigsten Invarianten bei geometrischen Abbildungen in einer mathematischen Hierarchie dargestellt werden, die dadurch gekennzeichnet ist, daß die jeweils hinzukommenden Eigenschaften und Beziehungen mehr und mehr dazu beitragen, eine geometrische Figur zu identifizieren.

Dazu zunächst beispielhaft einige Abbildungen, die kennzeichnend für die Strukturierung des folgenden Abschnitts sind.



Abb. 3.1: Schachbrettmuster

1) Geometrische Abbildungen werden im folgenden durch ihre Auswirkung auf ebene geometrische Figuren beschrieben. Daß es sich dabei um Abbildungen der Ebene auf sich handelt, wird nicht diskutiert.

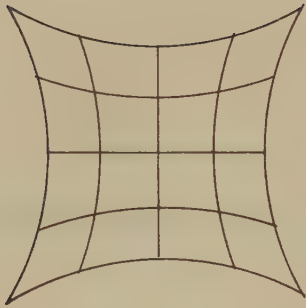


Abb. 3.2: Schachbrettmuster, verzerrt

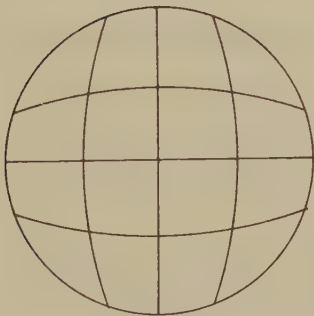


Abb. 3.3: Schachbrettmuster, verzerrt



Abb. 3.4: Projektive Abbildung eines Schachbrettmusters

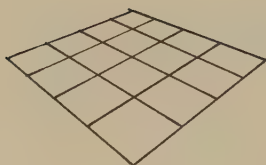


Abb. 3.5: Projektive Abbildung eines Schachbrettmusters

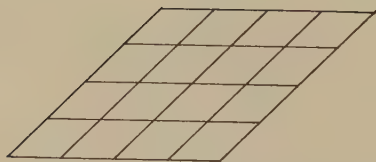


Abb. 3.6: Affine Abbildung (Schrägbild) eines Schachbrettmusters



Abb. 3.7: Schachbrettmuster, verkleinert

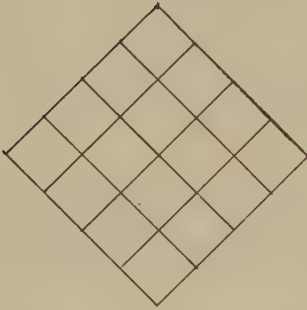


Abb. 3.8: Schachbrettmuster, gedreht

In diesen Abbildungen kommen bereits wichtige Momente zum Ausdruck. Das Erscheinungsbild des Schachbrettmusters wird in den Abbildungen in unterschiedlicher Weise verändert.

Während in den ersten Abbildungen nur wenig von der Ausgangsform erhalten bleibt, erkennt man in den letzten Abbildungen das Ausgangsmuster sofort wieder: es ist unverändert geblieben, es änderte sich nur die Lage bzw. die Größe.

Bleibt in den ersten Abbildungen nicht einmal die Gerade-eigenschaft der Geraden aus dem Muster erhalten, so ist dies in den folgenden Darstellungen wohl der Fall,

wenn auch zunächst noch eine starke Veränderung der Ausgangsform erkennbar bleibt (Abb. 3.4, 3.5, 3.6).

3.1.1 Topologische Invarianten

Geht man zunächst von Manipulationen und Veränderungen von Objekten aus, bei denen die Form der Figur nicht erhalten bleibt, ja nicht einmal die Eigenschaft von Linien, gerade zu sein, so stößt man auf topologische Invarianten. Die Abbildungen 3.2 und 3.3 zeigen das Ergebnis von Verzerrungen eines Schachbrettmusters, mathematisch gesprochen von topologischen Abbildungen des Schachbrettmusters.

Bei topologischen Abbildungen handelt es sich anschaulich um Verzerrungen und Verformungen jeglicher Art. Ihre Wirkungsweise läßt sich eindrucksvoll veranschaulichen, wenn man die Topologie als eine 'Geometrie auf dem Gummistuch' ansieht.¹

Stellt man z.B. eine geometrische Figur auf einem Gummistuch dar, so kann man sich unter einer topologischen Abbildung jegliche Verformung dieser Figur, die durch Dehnung, Verzerrung usw. des Gummistuches entsteht, vorstellen, bei der das Tuch nicht zerstört wird. d.h. keine Risse oder Löcher erhält.

Die Abbildungen 3.2 und 3.3 stellen zwei solche Verformungen des Schachbrettmusters dar.

Anschaulich ist klar, daß jede dieser Verformungen rückgängig gemacht werden kann - dieser Vorgang veranschaulicht die Umkehrabbildung.

Eine weitere Möglichkeit der Veranschaulichung topologischer Zusammenhänge ist für geometrische Figuren gegeben, wenn man sich die Figur aus einem beliebig biegsa-

1) Vgl. z.B. DIENES und GOLDING 1969, S. 15, FRICKE und BESUDEN 1970, S. 148 und GRIESEL 1976, S. 274

men Stück Draht vorstellt.

Topologisch äquivalente Figuren, d.h. Figuren, die durch eine topologische Abbildung auseinander hervorgehen, erhält man dann als Figuren, die sich aus demselben Drahtstück durch Verbiegen herstellen lassen.

Abb. 3.9 demonstriert die topologische Äquivalenz verschiedener buchstabenähnlicher Figuren, die aus ein und demselben Drahtstück hergestellt werden können.



Abb. 3.9: Verbiegen eines verzweigten Drahtstücks - topologisch äquivalente Gebilde

Ausgehend von diesem Beispiel wird deutlich, daß sich unter topologischem Aspekt eine Reihe verschiedener Buchstaben als äquivalent ansehen lassen.

C G J L M N S U V W Z
E F T Y
D O
A R

Abb. 3.10: Topologisch äquivalente Buchstabengruppen (in jeder Zeile sind die Buchstaben untereinander topologisch äquivalent)

Die Beispiele reichen bereits aus, um aus ihnen wesentliche geometrische Grundbegriffe als topologische Invarianten herauszustellen.

Wenn auch die zugelassenen Veränderungen der Form bei topologischen Abbildungen sehr stark sind, wie es in den Abb. 3.2, 3.3, 3.9 und 3.10 zum Ausdruck kommt, gibt es doch gewisse Eigenschaften, die trotz der starken Veränderungen erhalten bleiben.

Zu diesen gehört z.B. die Eigenschaft, ob eine Figur geschlossen oder offen ist.

Keine noch so starke Verzerrung des Gummütuches, bei der das Tuch nicht beschädigt wird, kann den geschlossenen Rand der Quadrate eines darauf gezeichneten Schachbrettmusters zerreißen: Stets wird das Innere des Quadrates durch den Rand vom Außeren getrennt bleiben.

Und nur durch Verbiegen läßt sich eine aus einem Stück Draht hergestellte, offene Figur nicht wirklich schließen, es wird stets ein geometrisches Gebilde bleiben, das eine offene Linie darstellt. Darüberhinaus zeigen die Beispiele der verzerrten Schachbrettmuster und der verschiedenen, untereinander topologisch äquivalenten Buchstaben, daß auch die Eigenschaft eines Punktes, Verzweigungspunkt verschiedener 'Äste' der Figur zu sein, bei topologischen Transformationen nicht verlorenght, wenn sich auch die Richtung, Länge oder Gestalt (gerade oder krumm) der sich verzweigenden 'Äste' erheblich ändern können.

Fassen wir die wesentlichen Ergebnisse noch einmal zusammen: Zu den topologischen Eigenschaften gehören die Geschlossenheit bzw. Offenheit einer Figur und die damit verbundene Einteilung der Ebene in Gebiete wie Innen, Außen und Rand (analoges gilt für Eigenschaften dreidimensionaler Gebilde), sowie die Eigenschaft von Punkten, Verzweigungspunkt zu sein. Dies sind grundlegende topologische Eigenschaften, aus denen sich komplexere Eigenschaften aufbauen lassen.

Damit unterscheiden sich also die verschiedenen geometrischen Grundfiguren wie Kreis - Dreieck - Quadrat nicht in ihren topologischen Eigenschaften.

Gemeinsam ist ihnen, daß sie geschlossene Figuren darstellen. Wie man diese Figuren ineinander verformen kann, macht man sich leicht klar, wenn man von einem Gummiring ausgeht: Wenn man den Ring um einen kreisförmigen Gegenstand spannt, stellt er einen Kreis dar,

spannt man ihn um drei bzw. vier geeignet aufgestellte Stecker eines Steckbrettes, so entsteht ein Dreieck oder auch ein Quadrat.

3.1.2 Projektiv-affine Invarianten

Die Abbildungen 3.4, 3.5 und 3.6 deuten Veränderungen an, bei denen nicht nur die Eigenschaften erhalten bleiben, die auch bei Verformungen jeglicher Art unverändert bleiben, sondern über diese hinaus solche wichtigen Eigenschaften wie die Geradlinigkeit der Begrenzungslinien, wenngleich die Bilder des Schachbrettmusters in der Form erheblich von der Ausgangsfigur abweichen.

Diese Bilder in Abb. 3.4 und 3.5 entsprechen dem Aussehen des Schachbrettmusters bei der Betrachtung aus anderen Blickwinkeln.

Die dabei zugrundeliegenden mathematischen Abbildungen lassen sich veranschaulichen, indem man sich die geometrischen Zusammenhänge in einer 'Geometrie der Schatten' verdeutlicht.¹

Wenn man nämlich eine Lichtquelle auf ein geometrisches Objekt richtet und auf einem Bildschirm die Projektion des Objektes betrachtet, so stellt der Schatten das Bild des Objektes unter einer affinen oder projektiven Abbildung dar.

Durch Veränderungen der Lage des Objektes und der Stellung des Bildschirms sowie der Art der Lichtquelle (parallel einfallendes Licht - Parallelprojektion, punktförmige Lichtquelle - Zentralprojektion) lassen sich beliebige affine und projektive Bilder des Objektes erzeugen.²

1) Vgl. dazu DIENES und GOLDING 1969

2) Vgl. dazu auch die Versuche PIAGETs, Projektion der Schatten, Kap. VII in PIAGET, INHELDER u.a. 1971

Die Abbildungen 3.4 und 3.5 stellen projektive Abbildungen des Schachbrettmusters dar. Über die topologischen Eigenschaften hinaus ist es im wesentlichen die Eigenschaft der Geradlinigkeit, die in der Darstellung des Schachbrettmusters mit der Ausgangsfigur übereinstimmt.

Die Parallelität verschiedener Strecken bleibt dagegen nicht notwendig erhalten, wenn auch in Abb. 3.4 die horizontalen Strecken der Ausgangsfigur nach der projektiven Abbildung ebenfalls horizontal dargestellt sind und demnach in der Ausgangsfigur wie auch nach der Abbildung parallel zueinander sind.

Aus Abb. 3.5 geht jedoch hervor, daß die Eigenschaft der Parallelität bei projektiven Abbildungen im allgemeinen erhalten bleibt.

Die Abb. 3.6 zeigt dagegen eine Darstellung des Schachbrettmusters, bei der parallele Linien der Ausgangsfigur in parallele Linien der Bildfigur übergegangen sind. Bei dieser Transformation handelt es sich um eine affine Abbildung des Schachbrettmusters.

Es ist also festzuhalten, daß mit der Beschränkung auf projektive Abbildungen als zulässige Transformationen als wesentliche Invariante geometrischer Figuren die Geradlinigkeit zu den rein topologischen Merkmalen hinzutritt, wodurch bereits verschiedene Typen geradlinig begrenzter Figuren (Polygone unterschiedlicher Eckenzahl) differenziert und von krummlinig begrenzten Figuren unterschieden werden können.

Unter affinen Abbildungen bleibt zudem auch noch die Beziehung der Parallelität erhalten, d.h. gleiche Richtungen bleiben auch nach der Abbildung gleiche Richtungen. Die projektiven und affinen Eigenschaften stellen wesentliche Merkmale der Objekte bei unserer Wahrnehmung der

Umwelt dar¹, da unsere Orientierung vor allem in der Koordinierung der aus verschiedenen Blickwinkeln gewonnenen Eindrücke besteht.

Ferner sind projektiv-affine Beziehungen grundlegend für unsere Konvention, räumliche Gebilde oft in 'schräger Parallelprojektion' darzustellen.

(Vgl. dazu Abb. 3.11)

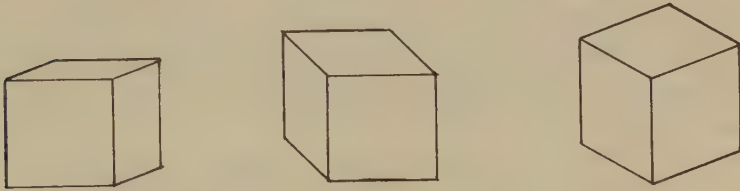


Abb. 3.11: Schrägbilder eines Würfels

In solchen ebenen Darstellungen räumliche Beziehungen korrekt zu bestimmen, ist ohne das Erfassen projektiver und affiner Qualitäten nicht möglich.

3.1.3 Euklidisch-metrische Eigenschaften - formqualifizierende Merkmale

Welches sind nun schließlich die geometrischen Eigenschaften, die die Form eines geometrischen Objektes charakterisieren?

Abb. 3.7 zeigt eine Darstellung des Schachbrettmusters, die sich nur in der Größe von der Ausgangsfigur unterscheidet. Ansonsten stimmen die Figuren jedoch überein, vorkommende Winkel und sich entsprechende Verhältnisse von Abständen zwischen Punkten sind in beiden Darstellungen gleich, haben sich also durch die 'Verkleinerung' der Figur nicht verändert. Mathematisch ausgedrückt sind die beiden Figuren ähnlich zueinander. Die

1) Vgl. dazu auch J.J. GIBSON 1973

Übereinstimmung in Winkeln und Abstandsverhältnissen sind gerade definitorische Elemente des mathematischen Begriffs der Ähnlichkeit.¹

Danach sind z.B. zwei Quadrate unterschiedlicher Größe stets ähnlich, die Kriterien sind durch die Übereinstimmung der Winkel und die Gleichheit der vier Seiten in jedem Quadrat erfüllt.

Dagegen sind ein Quadrat und ein Rechteck mit Seitenpaaren unterschiedlicher Länge nicht ähnlich, da zwar die Winkel des Rechtecks mit denen des Quadrats übereinstimmen, nicht aber alle Verhältnisse der sich entsprechenden Seiten.

Ebenso ist ein nichtrechtwinkliger Rhombus nicht ähnlich zu einem Quadrat, da mit der Verschiedenheit der Winkel ein Teil des Kriteriums für Ähnlichkeit von Figuren verletzt ist. (Vgl. dazu Abb. 3.12)



Quadrate: untereinander ähnlich



nichtquadratisches Rechteck und nichtquadratischer Rhombus:
nicht ähnlich zum Quadrat

Abb. 3.12: Ähnliche und nicht-ähnliche Figuren

Ähnliche Figuren gehen durch eine Ähnlichkeitsabbildung auseinander hervor.

Ein Beispiel für eine Ähnlichkeitsabbildung ist die zentrische Streckung (Abb. 3.13):

1) Vgl. dazu VOLLRATH 1977

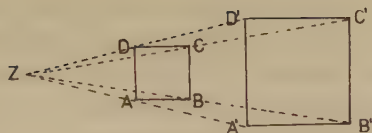


Abb. 3.13: Zentrische Streckung eines Quadrats

Die Abstände jeden Punktes der Figur vom Streckzentrum werden im gleichen Verhältnis gestreckt (Umkehrung: gestaucht). Als Bild entsteht eine ähnliche Figur, die sich nur in der Größe von der Ausgangsfigur unterscheidet.¹

Die Eigenschaften, die bei einer Ähnlichkeitsabbildung erhalten bleiben, sind geometrische Invarianten, die die Form bestimmen.

Wird bei einer Abbildung einer geometrischen Figur über die formqualifizierenden Merkmale hinaus auch noch die Größe der Abstände zwischen je zwei Punkten (d.h. die Seitenlängen, Abstände zwischen Seiten etc.) invariant gelassen, so entstehen Figuren, die sich nur noch in ihrer Lage unterscheiden, ansonsten sind sie deckungsgleich (mathematisch ausgedrückt: kongruent).

Die mathematischen Abbildungen, die neben den Formeigenschaften auch die Abstände erhalten, also geometrische Figuren in kongruente geometrische Figuren überführen, werden als Kongruenzabbildungen bezeichnet. Zu ihnen zählen die Drehung, die Translation (Verschiebung) und die Geradenspiegelung, sowie beliebige Verknüpfungen (Nacheinanderausführungen) solcher Abbildungen.

1) Anschaulich ist klar, daß in dem oben dargestellten Sinne ein Strecken der Abstände zu einer Vergrößerung, ein Stauchen zu einer Verkleinerung der Figur führt. Eine 'zentrische Streckung' im mathematischen Sinn umfaßt beide Typen von Abbildungen.

Wie Abb. 3.14 zeigt, ist eine Drehung bestimmt durch die Angabe des Drehzentrums und den Winkel, um den gedreht werden soll; die Figuren sind nur durch ihre unterschiedliche Lage relativ zu einem Bezugssystem wie z.B. den Rand dieser Seite zu unterscheiden.

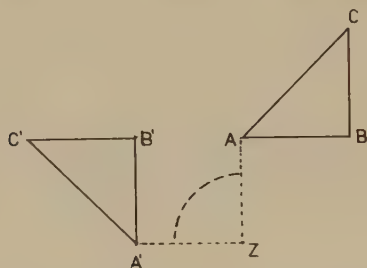


Abb. 3.14: Drehung eines Dreiecks um 90°

Bei der Translation muß die Richtung, in der die Figur bewegt wird, und der Abstand, um den die Figur verschoben werden soll, bestimmt sein (vgl. Abb. 3.15).

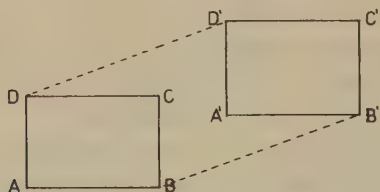


Abb. 3.15: Verschiebung (Translation) eines Rechtecks

Auch Figuren, die durch eine Translation auseinander hervorgehen, unterscheiden sich nur durch ihre Lage relativ zu einem Bezugssystem.

Eine besondere Rolle unter den Kongruenzabbildungen nimmt die Geradenspiegelung ein (Abb. 3.16), die dadurch gekennzeichnet ist, daß die sich entsprechenden Punkte einer geometrischen Figur und der ihr zugeordneten Bildfigur symmetrisch zu einer Geraden, der Spiegelachse, liegen.

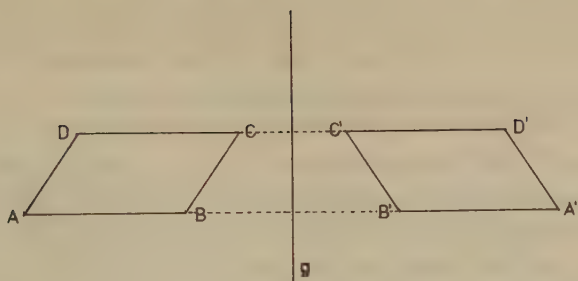


Abb. 3.16: Geradenspiegelung eines Parallelogramms an der Geraden g

Bei der Spiegelung ist zu beachten, daß sie u.a. den Umlaufsinn der sich entsprechenden Eckpunkte einer Figur ändert, und daher mehr als nur eine Lageveränderung bewirkt.

Die besondere Wirkung der Spiegelung in Abb. 3.16 macht man sich klar, wenn man etwa ein Modell des Parallelogramms ABCD vorgibt, bei dem sich Vorder- und Rückseite unterscheiden lassen.

Drehung und Translation des Modells lassen sich ohne weiteres nachvollziehen, ohne daß man das Modell umwenden muß. Die Spiegelung wird aber gerade durch das Umwenden des Modells realisiert.

Wenn man Ausgangs- und Endfigur zur Deckung bringen will - so ist ja die Kongruenz von Figuren erklärt. Eine geometrische Figur und ihr Spiegelbild besitzen dieselben geometrischen Eigenschaften und sind daher mathematisch hinsichtlich ihrer Invarianten bei Kongruenzabbildungen als ununterscheidbar anzusehen. Erst die zusätzliche Beachtung des Umlaufsinn bei der Aufeinanderfolge ihrer geometrischen Merkmale läßt eine Unterscheidung spiegelbildlicher Objekte zu.

-Tatsächlich kommen bei Kindern bestimmter Altersstufe (und sogar noch bei Erwachsenen!) Verwechslungen zueinander spiegelsymmetrischer Objekte vor, wie zum Beispiel bei der Unterscheidung der Buchstaben p und q ,

b und d. I.P. HOWARD und W.B. TEMPLETON erwähnen dazu eine Untersuchung von DAVIDSON bereits aus dem Jahre 1935, in der über die Verwechslung dieser Buchstaben bei Kindergartenkindern und Erstkläßlern berichtet wird.¹

Auch in der folgenden Untersuchung tritt dieser Effekt bei der Diskrimination des Parallelogramms auf.-

Die geometrischen Eigenschaften, die bei Ähnlichkeitsabbildungen und Kongruenzabbildungen, die auch 'euklidische Bewegungen' genannt werden, als Invarianten auftreten, werden unter der Bezeichnung euklidisch-metrische Eigenschaften zusammengefaßt.

3.1.4 Zusammenfassung

Faßt man die wesentlichen Punkte der vorangehenden Darstellung noch einmal zusammen, so erhält man eine Hierarchie von geometrischen Invarianten, die die Beschaffenheit eines Objektes, insbesondere einer ebenen geometrischen Figur auszeichnen.

Tab. 3.1

Hierarchie geometrischer Invarianten

Topologische Eigenschaften	Geschlossenheit - Offenheit Innen - Außen - Rand Verzweigungspunkteigenschaft
Projekt-affine Eigenschaften	Geradlinigkeit Parallelität
Euklidisch-metrische Merkmale - formqualifizierende Eigenschaften	Winkel Proportionen (Abstandsverhältnisse) Abstände

1) HOWARD und TEMPLETON 1966, S. 346f.

Die schärfste Unterscheidung ist dabei zwischen den rein topologischen Eigenschaften und den übrigen zu treffen. Während die topologischen Eigenschaften lediglich die Existenz und vage die relative Lage gewisser Bezugspunkte in der Umgebung sicherstellen, treten mit den übrigen Eigenschaften allmählich mehr und mehr formqualifizierende Merkmale hinzu, bis schließlich durch alle euklidischen Invarianten ein geometrisches Objekt bis auf die Lage vollständig charakterisiert ist.¹

Im folgenden werden vor allem die über die topologischen und projektiven Qualitäten hinausgehenden euklidisch-metrischen Eigenschaften Gegenstand der Untersuchung sein.

1) Eine noch feinere Aufgliederung geometrischer Eigenschaften und Beziehungen nach Invarianten verschiedener Typen von Abbildungen findet man bei G. BORN und K. NEUMANN 1977.

3.2 Geometrische Begriffsbildung aus entwicklungspsychologischer Sicht

3.2.1 PIAGETs Theorie der Entwicklung geometrischer Begriffe

Mit den beiden Bänden "Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kind" (in deutscher Übersetzung: Stuttgart 1971) und "Die natürliche Geometrie des Kindes" (in deutscher Übersetzung: Stuttgart 1974) hat Jean PIAGET mit seinen Mitarbeiterinnen Bärbel INHELDER, Alina SZEMINSKA und anderen eine umfangreiche Theorie der Entwicklung geometrischer Vorstellungen und Begriffe vorgelegt. PIAGETs Theorie der Entwicklung der logisch-arithmetischen Operationen findet hier ihre Entsprechung auf dem Gebiet der infralogischen, speziell der räumlichen Operationen.

Für den Bereich der Erfahrung geometrischer Begriffe im Rahmen früher mathematischer Aktivitäten sind PIAGETs Theorien nicht ohne Einfluß geblieben. PIAGETs Forschungsergebnisse werden darum mit ihren Konsequenzen auf die Möglichkeiten mathematischer Früherziehung in räumlich-geometrischen Aktivitäten betrachtet werden müssen.

Gehen wir zunächst von PIAGETs theoretischem Ansatz aus, den er in vielfältigen Versuchssituationen bestätigt findet:

Die Begriffsgenese beim Kinde vollzieht sich seines Erachtens entlang einem logisch strukturierten Aufbau.

Es ist nicht zu verkennen, daß sich PIAGETs Theorien der Entwicklung der logischen Operationen speziell bei der Zahlbegriffsgenese in der logischen Struktur stark anlehnen an den in diesem Jahrhundert versuchten axiomatischen Aufbau der Mathematik, wie er vor allem von einer französischen Mathematikergruppe zusammengestellt wurde, die unter dem Pseudonym N. BOURBAKI bekannt geworden ist.

Auch die Darstellung der Genese geometrischer Begriffe, wie sie PIAGET anbietet, fügt sich in einen nach mathematischen Gesichtspunkten konstruierten hierarchischen Aufbau, der der in 3.1 dargestellten Hierarchie geometrischer Abbildungen und ihrer Invarianten entspricht.

Demnach sind es auf einer frühen Entwicklungsstufe zunächst topologische Begriffsbildungen, nach denen das Kind seine räumlich-geometrischen Handlungen orientiert. Die topologischen Relationen sind gegenüber anderen geometrischen Beziehungen nach PIAGET die ursprünglichen, auf deren Grundlage sich erst die anderen Beziehungen entwickeln können.

In verschiedenen Versuchen findet PIAGET bei den Kindern in den ersten Entwicklungsphasen, in denen sie beginnen, die Aufgabenstellungen entsprechend den Instruktionen zu bewältigen, zunächst Handlungsweisen, die sich dadurch interpretieren lassen, daß die Kinder sich in diesen frühen Entwicklungsstadien von topologischen Gesichtspunkten leiten lassen.

Dies gilt für die kindlichen Strategien bei den Versuchen zur stereognostischen Wahrnehmung¹, bei denen die Kinder zunächst nach topologischen Gesichtspunkten urteilen, indem sie Offenheit, Umschlossensein als charakterisierende haptische Eindrücke bei den ertasteten Gegenständen zur Identifizierung heranziehen, ebenso wie für die Lokalisierung topographischer Positionen², bei denen das Kind zur Identifizierung eines Punktes in einem Landschaftsmodell zunächst Beziehungen wie Nachbarschaft³, innerhalb-außer-

1) Vgl. PIAGET, INHELDER u.a., 1971, S. 38ff., LAURENDEAU und PINARD, 1970, S. 28ff.

2) PIAGET, INHELDER u.a., 1971, S. 486ff.; LAURENDEAU und PINARD, 1970, S. 211ff.

3) Der hier von PIAGET benutzte "Nachbarschafts"-Begriff stößt auf mathematische Kritik. PIAGETs Begriffsbildung entspricht im Gegensatz zum mathematischen Begriff der "Nachbarschaft" in der Topologie einer Vorstellung von räumlicher Nähe. Dieses ist nicht der einzige Kritikpunkt an PIAGETs mathematischen Begriffsbildungen. Vgl. dazu KAPADIA, R. 1974.

halb, Getrenntsein, zwischen usw. zur Orientierung heranzieht.

Sogar bei den Versuchen zur Überprüfung der Fähigkeit, Perspektiven zu koordinieren¹, nehmen die Kinder bei der Aufgabe, Gegenstände oder Landschaftsmodelle an verschiedenen Blickwinkeln zu identifizieren, topologische Gesichtspunkte zu Hilfe, indem sie z.B. auf die Reihenfolge wahrgenommener Merkmale oder Objekte zurückgreifen.

Dies gilt auch für die Verhaltensweisen der Kinder beim sog. Drei-Berge-Versuch, bei dem die Kinder auf Fotografien eines Landschaftsmodells die verschiedenen Perspektiven identifizieren sollen.² Auch das Versagen jüngerer Kinder bei dem Versuch, aus Punkten (d.h. durch Aufstellen von Stäben) eine Gerade (z.B. die Reihe der Telegrafmasten an einer Straße) zu rekonstruieren, läßt sich in vielen Fällen mit dem Zurückgreifen der Kinder auf topologische Qualitäten (z.B. ein Stäbchen neben dem anderen - aber die Richtung oder Geradlinigkeit bleibt unbeachtet) interpretieren.³

In besonderer Weise aber findet PIAGET das Stadium der ausschließlichen Berücksichtigung topologischer Eigenschaften bei der zeichnerischen Reproduktion geometrischer Formen bestätigt.

Bei den Zeichnungen der Kinder zeigt sich, daß sie zunächst - sobald sie über das Stadium rhythmischer Zeichenbewegungen ohne erkennbare Formgebung hinaus sind - lediglich geschlossene und offene Formen unterscheiden. Kreis, Dreieck, Quadrat stimmen in den Kinderzeichnungen darin überein, daß geschlossene Figuren entstehen, die sich le-

1) PIAGET, INHELDER u.a., 1971, S. 207ff.

2) PIAGET, INHELDER u.a., 1971, S. 249ff.; LAURENDEAU und PINARD, 1970, S. 310ff.

3) PIAGET, INHELDER u.a., 1971, S. 190ff.; LAURENDEAU und PINARD, 1970, S. 111ff.

diglich von Zeichnungen offener Figuren wie Kreuzen, offenen Kurven etc. unterscheiden.

Bei Kombinationen von Figuren tritt die Beachtung von Relationen des Umschlosseneins, des Getrenntseins oder sich Berührens, des Überschneidens hinzu.¹

Die Entwicklung der topologischen Begriffe schafft noch kein System, das dem Kind eine Vorstellung des Raumes vermittelt, durch die die Umwelt dauerhaft strukturiert werden kann: "Diese topologischen Begriffe führen also nicht zur Konstruktion eines Systems von dauerhaften Figuren oder von Relationen zwischen den Figuren, wie etwa einem Koordinatensystem, das die relativen Positionen und Abstände bestimmt, oder einem System von Projektivitäten, das die Positionen und Formen in bezug zu einer Gesamtheit von Ebenen oder Blickwinkeln bestimmt."²

Wohl aber sind die topologischen Relationen die Grundlagen für die sich-zunächst nur fragmentarisch herausbildenden projektiven und euklidisch-metrischen Begriffe.

Die Konstituierung der Geraden ist einer der ersten wesentlichen Entwicklungsschritte über die Berücksichtigung der topologischen Qualitäten hinaus. In der Handlung des "Peilens" über zwei Punkte konstituiert sich die projektive Gerade als wesentliches Element eines entstehenden Systems einer projektiven Geometrie.

"Mit den projektiven Relationen treten zu den inneren topologischen Relationen folgende Faktoren hinzu: Die Formen der Figuren, ihre Position zueinander und die Abstände, die sie scheinbar voneinander trennen, aber alle drei in bezug zu einem Blickwinkel, unter dem sie betrachtet werden."³

1) Vgl. dazu auch BAREIS, 1976.

2) PIAGET, INHELDER u.a., 1971, S. 542/543.

3) Ebd., S. 543.

Die Berücksichtigung projektiver Eigenschaften des "auf einer geraden Linie liegend", dazukommend affine Eigenschaften wie Parallelität, tragen zum Aufbau eines Bezugssystems bei, das die Orientierung in der Umwelt an raumgeometrischen Anhaltspunkten und ihre Strukturierung nach Gesichtspunkten eines übergreifenden Systems möglich machen.

Die Beziehung einzelner projektiver Gesichtspunkte ist dann auch das Zeichen fortgeschrittener Entwicklungsstadien insbesondere bei der Lösung der Aufgabe der Rekonstruktion einer Geraden aus Punkten sowie bei der topografischen Lokalisierung eines Punktes in einem Landschaftsmodell.

Bei dem oben erwähnten Drei-Berge-Versuch ist es gerade die Koordinierung der Perspektiven, mithin das Vorhandensein eines kompletten Systems projektiver Beziehungen, das die Bewältigung der gestellten Aufgabe möglich macht.

Bei der Rekonstruktion der Geraden durch Punkte, d.h. durch Aufstellen von Telegrafmasten entlang einer 'Straße', zeigt sich die Berücksichtigung projektiver Eigenschaften in einem ersten Schritt darin, daß die aufgestellten Stäbchen überhaupt auf einer Geraden liegen. Probleme gibt es sodann für die Kinder noch in der geeigneten Wahl bzw. im Einhalten der Richtung, die die entstehende Gerade zur Verbindungslinie zwischen zwei vorgegebenen Punkten macht. Erst mit der operatorischen Vorwegnahme der Verbindungslinie in der Vorstellung wird nach PIAGET die projektive Gerade begrifflich konstituiert und die Beherrschung dieser Aufgabenstellung möglich gemacht. LAURENDEAU und PINARD¹ bestätigen die Ergebnisse dieses Versuchs und PIAGETs Auffassung zur begrifflichen Vorstellung der Kinder.

1) LAURENDEAU und PINARD 1970, S. 111ff.

Im Zusammenhang mit medienabhängigen Schwierigkeiten der Kinder bei der Reproduktion geometrischer Objekte werden diese Ergebnisse auf einem anderen Hintergrund noch zu diskutieren sein.

Ferner stellt die Tatsache, daß Aufgabenstellungen, in die projektive Relationen einbezogen werden sollen, bis auf die Aufgabe der Rekonstruktion der Geraden stets Gesichtspunkte der Dreidimensionalität enthalten, einen Diskussionspunkt dar, der bezogen auf bestimmte Interpretationsansätze zu den Verhaltensweisen der Kinder aufgegriffen werden muß.

Das System euklidisch-metrischer Eigenschaften, das das Kind auf der Grundlage topologischer Begriffsbildungen erwirbt, stellt ein System dar, das die Umwelt wie durch ein Koordinatensystem strukturiert, in dem die Eigenschaften der Objekte und ihre Beziehungen untereinander gekennzeichnet sind durch die Beibehaltung von Winkeln und Abständen. Dieses abstrakte System gibt den Gegenständen ihre Größe, die sie in einem projektiven System von Blickwinkeln scheinbar einbüßen, ebenso wie ihre Form.

In Aufgaben zur stereognostischen Wahrnehmung stellt sich die Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften dar, in der Berücksichtigung ertasteter Entfernungen von Ecke zu Ecke, der "Schärfe" der Ecken - mithin des an dieser Ecke gebildeten Winkels - am ertasteten Vergleich der Art verschiedener Ecken - also den Vergleich von Winkeln usw.

Bei topografischen Aufgaben schlägt sich das Entwicklungsstadium, in dem bereits euklidisch-metrische Beziehungen berücksichtigt werden, in Verhaltensweisen nieder, bei denen die Kinder z.B. Abstände zwischen Objekten einzuhalten versuchen und mehr und mehr auf die zur Verfügung stehenden Bezugspunkte zurückgreifen.

Bei der Reproduktion geometrischer Figuren schließlich stellt sich die Entwicklung euklidisch-metrischer Vor-

stellungen in der zunehmend adäquaten Wiedergabe der vorgelegten Form dar, in der schließlich alle geometrischen Einzelheiten berücksichtigt werden, so daß eine zur Vorlage kongruente Figur entsteht.

Die Entwicklung des projektiven sowie des euklidisch-metrischen Begriffssystems gründet auf der Entwicklung der Vorstellungen von topologischen Qualitäten. Projektive und euklidisch-metrische Vorstellungen aber entwickeln sich gleichzeitig, ohne in einer logisch zwingenden Abfolge zu stehen.

"Unter dem Blickwinkel der Psychologie haben wir gesehen, wie die elementaren topologischen Anschauungen den Begriff der Geraden sowie die ersten projektiven Relationen hervorbringen, und zwar dadurch, daß sie einem System von Blickwinkeln untergeordnet werden. Andererseits werden wir in einem zweiten Werk¹ sehen, wie das Kind von den gleichen topologischen Anschauungen aus zu den euklidischen Begriffen Entfernung und Maß gelangt. Unter diesem doppelten mathematischen und psychologischen Blickwinkel werden also der projektive und euklidische Raum unabhängig voneinander vom topologischen Raum her erarbeitet."²

Andererseits sieht PIAGET aber auch den hierarchischen Aufbau der geometrischen Begriffe als Invarianten geometrischer Abbildungen: "So sind die Affinitäten, mathematisch gesehen, projektive Abbildungen (Homologien), die unter anderem die Parallelen beibehalten; und die Bewegungen sind Ähnlichkeiten, die die Entfernungen beibehalten."³

Entlang dieses Aufbaus untersucht PIAGET die Entwicklung der Begriffe Parallelität und Ähnlichkeit, und findet

1) Gemeint ist: "Die natürliche Geometrie des Kindes"; d.V.

2) PIAGET, INHELDER u.a., 1971, S. 349.

3) Ebd.

diesen Aufbau in der psychologischen Entwicklung bestätigt. In "Die natürliche Geometrie des Kindes" faßt er zusammen: "im ersten Band¹ haben wir untersucht, wie sich im Verlauf der Entwicklung der räumlichen Begriffe ein erster Übergang von den topologischen zu den euklidischen Relationen vollzieht, und zwar geschieht das über die Vermittlung durch die projektiven Begriffe, die Affinitäten und Ähnlichkeiten."²

Insgesamt stellt sich die Entwicklung projektiver und euklidisch-metrischer Begriffe damit als ein ineinandergreifender Prozeß dar.

Die vollständige Entwicklung geometrischer Begriffe gipfelt in der operativen Koordinierung der dargestellten Begriffssysteme, in der das Kind in der Lage ist, die erworbenen Vorstellungen den Aufgaben entsprechend flexibel anzuwenden.

Über die anschauliche Erfassung der räumlich-geometrischen Beziehungen durch ein koordiniertes Begriffssystem aus topologischen, projektiven und euklidisch-metrischen Vorstellungen hinaus tritt die Entwicklung metrischer Operationen hinzu, mit denen sich PIAGET vor allem in "Die natürliche Geometrie des Kindes" beschäftigt hat, die jedoch für die vorliegende Arbeit nicht von unmittelbarer Bedeutung sind.

Die vorangehende Darstellung zeigt gewissermaßen die psychologische Bestätigung der Genese geometrischer Begriffe gemäß eines logisch-mathematisch strukturierten Aufbaus, wie er in 3.1 gegeben wurde. Diese Entwicklung wird nach PIAGET - und die Untersuchungen von M. LAURENDEAU und A. PINARD stützen diese Theorie - überlagert

1) Gemeint ist "Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kind"; d.V.

2) PIAGET, INHELDER und SZEMINSKA 1974, S. 455.

von allgemeineren Strukturen des kindlichen Denkens. Da ist einmal die Wahrnehmungsgebundenheit des Denkens zu nennen, die die Leistung des Kindes wesentlich beeinflusst. Wenn die Denkstrukturen des Kindes sich nicht in einem Stadium befinden, das sicherstellt, daß das Kind die Struktur der Aufgabe und den Lösungsweg erfaßt, sowie in der Lage ist, die zur Lösung notwendigen Handlungen zu koordinieren, dann steigt mit dem Grad der Schwierigkeiten, die für das Kind der Lösung im Wege stehen, der Einfluß äußerer Gegebenheiten, durch deren Wahrnehmung dem Kind gewisse Verhaltensweisen nahegelegt werden.

Besonders auffällig sind entsprechende Reaktionen bei dem Versuch der Kinder, eine Gerade zu reproduzieren. Während ihnen die Lösung der Aufgabenstellung bereits gelingt, wenn die Gerade zur vertikalen oder horizontalen Begrenzung ihrer Arbeitsfläche parallel verläuft, geraten sie noch in Schwierigkeiten, wenn sie eine geneigte Gerade zu reproduzieren versuchen. Oftmals entstehen dann Gebilde, die zunächst auf den Rand der Arbeitsfläche zulaufen, um dann geradlinig den Rand entlanggeführt zu werden. Besonders auffällig sind entsprechende Reaktionen bei krummlinig begrenzter Arbeitsfläche (z.B. Kreis als Unterlage), da hier die Kinder oft der gekrümmten Linienführung des Randes folgen.¹

Auf der gleichen Ebene liegt das für die Entwicklung räumlich-geometrischer Begriffe bedeutungsvolle Phänomen des Egozentrismus. Solange die Entscheidungen des Kindes bei raum-geometrischen Fragestellungen von einem egozentrischen Standpunkt beeinflusst sind, ist das Kind nicht in der Lage, sich selber relativ in ein System räumlich-geometrischer Beziehungen einzuordnen, um zu einer objektiven Beurteilung räumlicher Gegebenheiten - insbesondere in Fragen der Koordinierung von Perspektiven - zu gelangen.

1) PIAGET, INHELDER u.a., 1971, S. 191; LAURENDEAU und PINARD, 1970, S. 139-146.

gen. In den Versuchsanordnungen von J. PIAGET sowie von M. LAURENDEAU und A. PINARD zeigen erst etwa acht- bis neunjährige Kinder deutliche Versuche, sich von ihrem egozentrischen Standpunkt zu lösen. Sie gelangen erst mit etwa zwölf Jahren zu einer relativierten und damit objektiven Koordination der Perspektiven unter Berücksichtigung der strukturellen Beziehungen der räumlichen Gegebenheiten.

Das Einnehmen eines egozentrischen Standpunktes zeigt sich dabei besonders in den Versuchen zur topografischen Lokalisation von Punkten in einem Landschaftsmodell, in der Entwicklung der Unterscheidung der Begriffe 'Links' und 'Rechts', vor allem aber auch in den Antworten der Kinder beim Drei-Berge-Versuch, wenn sie aus einer Reihe von Bildern dasjenige auswählen sollen, das aus einem bestimmten Blickwinkel von dem durch drei Berge charakterisierten Landschaftsmodell aufgenommen wurde.

In jedem dieser Fälle zeigt sich, daß Kinder eine Beurteilung der räumlichen Beziehung von ihrem eigenen Standpunkt aus abgeben, ohne ihren Blickwinkel, d.h. ihren Standpunkt, relativ in das Bezugssystem einordnen zu können, um sich so in einen möglichen anderen Standpunkt hineinzusetzen.

Egozentrismus und Wahrnehmungsgebundenheit scheinen nun Verhaltensphänomene zu sein, die in den räumlich-geometrischen Leistungen der Kinder dieselbe Rolle spielen. Durch Verhaltensweisen, die durch einen egozentrischen Standpunkt oder durch die Dominanz der Wahrnehmung gewisser Umgebungsfaktoren gekennzeichnet sind, zeigt das Kind mangelndes Erfassen der strukturellen Gegebenheiten einer raumgeometrischen Situation und greift zur Bewältigung der Aufgabe auf Strategien zurück, die unmittelbar auf die Wahrnehmung aufbauen.

Als wesentliches Ergebnis entwicklungspsychologischer

Untersuchungen zur Entwicklung räumlich-geometrischer Vorstellungen ist zusammenfassend hervorzuheben, daß die Entwicklungsstadien des Kindes auf dem Wege zu einer operativen Beherrschung geometrischer Begriffe vor allem durch zwei Einflüsse gekennzeichnet sind: Einerseits ist es die Konzentration auf topologische Beziehungen und Eigenschaften in den Gegebenheiten einer räumlich-geometrisch strukturierten Aufgabenstellung, die das Leistungsniveau des Kindes kennzeichnet und nach PIAGET und anderen damit Aufschluß gibt über das Niveau der geometrischen Vorstellungen. Andererseits sind die Leistungen beeinflußt von der Gebundenheit des kindlichen Denkens an die konkrete Wahrnehmung und der Einschränkung des abstrakten Denkvermögens durch einen egozentrischen Standpunkt, der es dem Kind erschwert - wenn nicht gar unmöglich macht, seine Wahrnehmung des Raumes zu relativieren und somit die strukturellen Gegebenheiten der räumlich-geometrischen Beziehungen einer Situation objektiv zu erfassen.

Wenn in diesem Zusammenhang erwähnte Altersangaben auch nur als ungefähre Hinweise zu verstehen sind, so sind sie doch im Hinblick auf die Voraussetzungen zur Förderung geometrischer Begriffsbildung im Rahmen einer Mathematik-Erziehung im Elementarbereich von Bedeutung.

LAURENDEAU und PINARD haben die Einflüsse der genannten Phänomene in graphischen Darstellungen zum Ausdruck gebracht. Die folgenden Abbildungen gehen von diesen Darstellungen aus:

Alter	4	5	6	7
Stereognostisches Erfassen von Formen	IIA	IIB	IIIA	
Grafische Reproduktion von Formen	IB	IIA	IIB	III
Rekonstruktion der Geraden	I	IIA	IIB	IIIA
Topografische Lokalisierung	I	IIA	IIB	III

Abb. 3.17 a: Dominanz topologischer Merkmale bei Versuchen zur Entwicklung geometrischer Begriffe¹

Die Abbildung zeigt eine ungefähre Alterseinteilung für die Stadien der Entwicklung der Lösungsstrategien bei einzelnen Versuchen zur Erhebung der räumlich-geometrischen Vorstellungen bei Kindern. Die Stadien, in denen noch Einflüsse der besonderen Berücksichtigung topologischer Qualitäten zu finden sind, sind durch Schraffung kenntlich gemacht. Es fällt sofort ins Auge, daß die Einflüsse dieses Phänomens bei den verschiedenen Versuchen von unterschiedlicher Dauer sind. Besonders fällt auf, daß die Berücksichtigung topologischer Qualitäten bei der topografischen Lokalisierung von Punkten noch bis zum 7. Lebensjahr relevant ist, während sie bei den übrigen Versuchen bereits zurückgegangen ist.

Die entsprechende Darstellung für die Phasen, in denen der Einfluß der Wahrnehmungsgebundenheit des Denkens und des egozentrischen Standpunktes beherrschend sind, zeigt noch deutlichere Verschiebungen:

1) Vgl. zu dieser Abb. LAURENDEAU und PINARD, 1970, S. 431; die Zeitangaben zur grafischen Reproduktion von Formen sind nach PIAGET, INHELDER u.a., 1971, S. 80 ff. zusammengestellt.

Alter	4	5	6	7	8	9
Rekonstruktion der Geraden	I	IIA	IIB	IIIA	IIIB	
Topografische Lokalisierung	I	IIA	IIB	IIIA		
Begriffe 'Links' und 'Rechts'		IA	IB		II	
Koordinierung von Perspektiven		0	IA	IB		IIA

Abb.: 3.17 b: Dominanz von Wahrnehmung und Egozentrismus bei Versuchen zur Entwicklung geometrischer Begriffe¹

Die schraffierten Felder geben hier die Stadien der Entwicklung an, in denen die Leistungen der Kinder von wahrnehmungsgebundenen Handlungen, so im Fall der 'Rekonstruktion der Geraden', bzw. von einem egozentrischen Standpunkt (in den übrigen Fällen) beeinflusst sind. Wenn der Einfluß des egozentrischen Standpunktes bei der Koordinierung von Perspektiven bis ins 9. Lebensjahr hineinreicht, während er z.B. bei der topografischen Lokalisierung von Punkten bereits mit Beginn des 8. Lebensjahres abgeschlossen ist, dann liegt die Vermutung nahe, daß es sich um eine Aufgabenfolge wachsenden Komplexitätsgrades handelt.

3.2.2 Kritische Anmerkungen zu PIAGET

Die Stadien der Entwicklung der kindlichen Denkstruk-

1) Vgl. dazu LAURENDEAU und PINARD, 1970, S. 437; die Angaben zu 'Rekonstruktion der Geraden' sind nach LAURENDEAU und PINARD, S. 138 und folgenden Erläuterungen dargestellt.

turen, wie sie PIAGET beschrieben hat, sind in vielen Nachuntersuchungen bestätigt worden. Die Untersuchungen von LAURENDEAU und PINARD stellen dabei die wohl umfassendste Darstellung einer Theorie der Entwicklung räumlicher Vorstellungen im Sinne PIAGET'scher Entwicklungspsychologie dar.

Allerdings sind die Ergebnisse dieser Untersuchung, wie sie im Vorigen skizziert wurden, vor allem im Hinblick auf die pädagogischen Konsequenzen, auf die methodisch-didaktischen Entscheidungen im Rahmen mathematischer Erziehung im Elementarbereich, in mancher Hinsicht zu relativieren.

Ein Teil kritischer Anmerkungen bezieht sich vor allem auf die Altersangaben bei der Beschreibung verschiedener Stadien in der Entwicklung geometrischer Begriffe. Bestimmte Denkstrukturen sind Lernvoraussetzungen für räumlich-geometrische Erfahrungen. Will man für ein sinnvolles Angebot an Lerninhalten und Erfahrungen sorgen, ist eine solche Information über den chronologischen Ablauf der Stadien der begrifflichen Entwicklung und darüber hinaus über das ungefähre Alter ihres Auftretens von ausschlaggebender Bedeutung für die curriculare Organisation mathematischer Erziehung im Elementarbereich. Dies gilt auch dann, wenn die Altersangaben von der Natur der individuell unterschiedlichen Entwicklung des einzelnen Kindes her nur als vage Einschätzungen verschiedener Altersstufen gelten können.

Immerhin sind die entwicklungspsychologischen Forschungen PIAGET's gerade im Bereich des Mathematikunterrichtes nicht ohne Folgen auf die pädagogische Organisation des Elementarbereichs geblieben. So hat vor allem Z.P. DIENES entwicklungspsychologische Erkenntnisse PIAGET's und lernpsychologische Hinweise J. BRUNER's in eine Fülle von methodisch-didaktischen Anregungen für den Mathe-

matikunterricht umgesetzt; und vor allem ist es auch Z.P. DIENES, der im Bereich geometrischer Begriffsbildung die Erfahrung topologischer Begriffe durch Umgang mit einer Vielfalt von konkreten Problemstellungen, die durch topologische Qualitäten strukturiert sind, an den Anfang elementarer mathematischer Erziehung gesetzt.¹

Für die Relativierung der Versuchsergebnisse in der Entwicklung räumlich-geometrischer Begriffe seien nur wenige zentrale Punkte herausgegriffen, die PIAGETs Theorien geometrischer Begriffsentwicklung ergänzen oder in Frage stellen.

a) Entwicklung der Begriffe 'Vertikale' und 'Horizontale'

Die Entwicklung der Vorstellung von der Vertikalen läßt sich als Grundlage für die Entwicklung eines rechtwinkligen Koordinatensystems zur strukturellen Erfassung der Umwelt ansehen. Dieses Koordinatensystem stellt ein von unmittelbaren Gegebenheiten unabhängiges Bezugssystem dar, in das Gegenstände der Umgebung eingeordnet werden können. Wesentliche Hinweise über die Entwicklung des Begriffssystems aus Horizontale und Vertikale entnimmt PIAGET den Versuchen, in denen Kinder einmal den Verlauf der Oberfläche einer Flüssigkeit in einem gedrehten Gefäß vorhersagen sollen (Horizontale), zum anderen aus Verhaltensweisen der Kinder beim Aufstellen (oder bei zeichnerischer Wiedergabe) von 'Telegraphenmasten' oder 'Bäumen' entlang den Hängen des Modells eines Berges, und dem Verhalten eines aufgehängten Lotes bei Veränderung (Drehung) des Bezugssystems u.ä. (Vertikale, vgl. auch Kinderzeich-

1) Vgl. DIENES und GOLDING, 1969, Topologie und Schattengeometrie; 1971, Entdeckung des Raumes

nung eines Schornsteines auf dem Dach eines Hauses usw.).¹

Die Entwicklung des Koordinatensystems setzt PIAGET aufgrund der Versuchsergebnisse etwa mit der Vollendung des 9. Lebensjahres voraus. C.K. MACKAY, A.H. BRAZENDALE und L.F. WILSON kommen in einer Untersuchung zu diesem Problem zu Ergebnissen, die eine andere Interpretation nahelegen. Zum einen gelangen sie zu dem Schluß, daß die von PIAGET beschriebene Entwicklung der Vorstellung eines unabhängigen rechtwinkligen Bezugssystems bei ihren 7 - 9jährigen Versuchspersonen noch nicht mit dem 9. Lebensjahr abgeschlossen ist.

"The age at which the average British child reaches substage III b, with the immediate prediction of horizontal and vertical as a part of an overall system of coordinates, is well beyond the age of 9."²

Ein anderes Ergebnis der Untersuchung erscheint jedoch mindestens ebenso wichtig:

Bei unterschiedlichen Aufgabentypen von den Begriffen Horizontale und Vertikale zeigten die Kinder unterschiedliche Leistungen. Der Unterschied der Aufgabentypen bestand dabei in einer - intuitiv eingeschätzten - unterschiedlichen Komplexität der Aufgabe, wobei allerdings die Lösung jeweils von der gleichen Einfachheit war.

Dieses Ergebnis gibt einen ersten Hinweis darauf, daß die Leistungen der Kinder in einer einzelnen Versuchssituation noch keine erschöpfende Information über den Entwicklungsstand ihrer Denkstrukturen darstellen.

PH. W. BERMAN, J. G. CUNNINGHAM und J. HARKULICH liessen in einer Untersuchung mit 44 Kindern im Alter von

1) S. PIAGET, INHELDER u.a. 1971, S. 435 ff.

2) MACKAY, BRAZENDALE und WILSON 1972, S. 236.

3;10 bis 5;3 Jahren horizontale, vertikale und geneigte Geraden zeichnerisch reproduzieren, wobei in der unmittelbaren Umgebung jedes äußere rechtwinklige Bezugssystem fehlte.¹ Die Kinder arbeiteten an runden Tischen, auf runden Arbeitsblättern, die Ausstattung des Raumes war so gehalten, daß naheliegende Einflüsse rechtwinkliger Bezugssysteme möglichst vermieden wurden. Die Ergebnisse zeigten, daß die Kinder sich im wesentlichen auf die unmittelbare Umgebung stützten und entferntere Reize rechtwinkliger Anordnungen wie z.B. Wände nicht offensichtlich einbezogen. Vielmehr schien der Einfluß des eigenen Körpers als Bezugssystem einflußreich zu sein - die Blickrichtung bei aufrechter Haltung legt 'Oben und Unten' auf dem Arbeitsblatt fest; auf diesen Einfluß lassen die positiven Ergebnisse bei der Reproduktion der Vertikalen schließen. Bei der Horizontalen und der Schrägen zeigten sich keine signifikanten Unterschiede; allerdings deuten die Verfasser an, daß die Beherrschung der Horizontalen vermutlich früher erfolgt als bei der Schrägen; das Auftreten besonders großer Abweichungen war bei der Schrägen häufiger als bei der Horizontalen.

Damit wird bestätigt, daß die Rekonstruktion von Geraden in diesem Altersbereich stark beeinflußt wird durch die Wahrnehmung der Gegebenheiten der unmittelbaren Umgebung. Das Fehlen eines rechtwinkligen Bezugssystems erschwert die Wiedergabe der Richtung von Geraden, insbesondere von Horizontale und Schräge. Das Vorhandensein eines rechtwinkligen Bezugssystems - so zeigen andere Ergebnisse, z.B. von OLSON² - läßt die Rekonstruktion der Schrägen als wesentlich schwieriger erscheinen als die Rekonstruktion von Horizontaler und Vertikaler.

1) BERMAN, CUNNINGHAM und HARKULICH 1975

2) OLSON 1970

Wichtige Aufschlüsse gibt nun eine Nachuntersuchung von PH. BERMAN und P. GOLAB¹ im Anschluß an die oben zitierte Untersuchung.

24 Kinder im Alter von 3;10 und 5;3 Jahren (durchschnittlich 4;9 Jahre) führten außer der zeichnerischen Reproduktion der Geraden auch noch die Wiedergabe mit Hilfe von Stäben durch. Wie Tabelle 3.1 zeigt, werden zwar die Ergebnisse der erstgenannten Untersuchung bestätigt in der Weise, daß die Rekonstruktion der Vertikalen am leichtesten erscheint, während sich die Ergebnisse bei Horizontaler und Schräger kaum unterscheiden, darüberhinaus aber zeigen die Ergebnisse auch, daß die Leistungen der Kinder bei der Wiedergabe der Richtung der Geraden mit Hilfe von Stäben um ein beträchtliches Maß exakter ist.

Tab. 3.1: Rekonstruktion von Geraden: Durchschnittliche Richtungsabweichungen²

	Vertikale	Horizontale	Schräge
Zeichnung	19,7°	30,1°	29,0°
Stäbe	5,8°	17,4°	18,7°

Während insgesamt in 17% der Versuche mit den Stäben eine Abweichung von mehr als 22,5° auftrat, waren in der zuvor zitierten Studie, bei der die Richtung zeichnerisch wiedergegeben wurde, in 39% der Fälle Abweichungen von mehr als 22,5° zu verzeichnen.

Hier zeigt sich ein zweiter Aspekt der Abhängigkeit der Versuchsergebnisse, nämlich die Abhängigkeit von der Wahl des Darstellungsmediums, in dem die Kinder ihre Leistung erbringen sollen. Für die im Rahmen dieser Arbeit folgende Untersuchung wird dieser Aspekt einen wesentlichen Gesichtspunkt darstellen.

1) BERMAN und GOLAB 1975

2) Vgl. BERMAN und GOLAB 1975, S. 117.

b) Entwicklung der Perspektiven

H. FISHBEIN, S. LEWIS und K. KEIFFER (1972) beschäftigten sich mit den Einflüssen sozialer und kognitiver Faktoren bei der Entwicklung der Koordinierung der Perspektiven.

Sie kommen zu dem Schluß, daß ein großer Teil negativer Ergebnisse aus früheren Untersuchungen auf die Komplexität der Versuchsanordnungen zurückzuführen ist, und trauen bereits wesentlich jüngeren Kindern als 8 - 12jährigen erhebliche Leistungen bei der Koordinierung von Perspektiven zu: "Children as young as 3 1/2 years of age are completely successful at coordinating perspectives under certain experiment conditions."¹

Das Auftreten des Phänomens des Egozentrismus bei der Entwicklung der Verhaltensweisen beim Lösen der gestellten Aufgaben bleibt davon unberührt, allerdings unter einer Verschiebung im Altersbereich.

FISHBEIN, LEWIS und KEIFFER (1972), fassen die Stadien der Entwicklung des sozialen Phänomens des Egozentrismus, was zusammenhängt mit der Fähigkeit, verschiedene Rollen zu übernehmen, in drei markanten Regeln zusammen:²

- 1) egozentrischer Standpunkt: "You see what I see."
- 2) beginnende Dezentrierung: "If you aren't in my place, you don't see what I see."
- 3) Einnahme verschiedener Standpunkte: "If I were in your place I would see what you see."

Das Durchlaufen dieser Stadien, die durch die Anwendung der Regeln gekennzeichnet sind, kann nach FISHBEIN, LEWIS und KEIFFER schon zu einem altersmäßig frühen Zeitpunkt erreicht werden. Angesichts der

1) FISHBEIN, LEWIS und KEIFFER 1972, S. 27

2) Ebd., S. 31.

Ergebnisse rechnen FISHBEIN, LEWIS und KEIFFER mit dem Erreichen des dritten Stadiums im Alter von etwa 3;5 Jahren. Allerdings glauben die Autoren, daß die Anwendung der 3. Regel durch die Komplexität der Aufgabe erschwert werden kann, ebenso auch durch den Stand der kognitiven Entwicklung des Kindes hinsichtlich der Erfassung der projektiven Beziehungen zwischen sich und einem oder mehreren Objekten sowie den Objekten untereinander.

Die Ergebnisse zeigen jedoch, daß die Kinder möglicherweise in der Lage sind, aufgrund der Wahrnehmung relevanter Merkmale an einzelnen Objekten die Aufgaben zu lösen. FISHBEIN, LEWIS und KEIFFER sehen hier ein Wahrnehmungsprinzip angewandt, das man gestützt auf J. J. GIBSON als Gesetz des geringsten Aufwandes ansehen kann und das darin besteht, aus einer Fülle von Reizen nur für die Lösung relevante herauszufiltern. Die überraschenden Leistungen bei der Koordinierung von Perspektiven in der Versuchsanordnung von FISHBEIN, LEWIS und KEIFFER bestätigen damit auch die Ergebnisse von C. U. SHANTZ und J. S. WATSON, die ebenfalls der Ansicht sind, daß Kinder bereits im frühen Alter zur Koordinierung von Perspektiven in der Lage sind, "These studies together indicate that children can conceptualize important spatial relations at a substantially earlier age than has been thought."¹

SHANTZ und WATSON sehen die Erschwerung der Aufgabenstellung vor allem in abstrakten Lösungsverfahren, in denen das Kind seine Entscheidung anstatt auf reale eigene Ortsveränderungen auf symbolisch dargestellte oder nur vorgestellte Handlungen stützen muß. Auch FISHBEIN, LEWIS und KEIFFER weisen deutlich auf diesen

1) SHANTZ und WATSON 1971, S. 179.

Effekt hin. Sie glauben, daß dem Kind die Aufgaben erleichtert werden, indem sie von ihm die Identifikation mit dem Versuchsleiter, einem sozialen Partner gefordert haben: "We have always asked the child to identify the viewpoint of another human being: whereas the other researches have asked the child to identify the viewpoint of a doll ... If young children have difficulties in dealing with the abstract or hypothetical, but can readily deal with the concrete, for example a child in the stage of concrete operations, then methods which employ dolls instead of people should prove to be more difficult for these children."¹

Die Ergebnisse von FISHBEIN, LEWIS und KEIFFER geben damit wertvolle Hinweise auf den Einfluß äußerer Bedingungen auf die Leistungen von Kindern im Vorschulalter auf dem Gebiet räumlich-geometrischer Operationen.

c) Komplexität der Versuchsbedingungen

H. AEBLI macht in seinem Band "Über die geistige Entwicklung des Kindes"² den Versuch, in einem theoretischen Ansatz die verschiedenen Faktoren, die die Schwierigkeit und Komplexität einer Problemstellung ausmachen, in Beziehung zu setzen und mit Hilfe des so bestimmten Schwierigkeitsgrades ein Maß für die "Geistige Kraft" zu bekommen, die das Kind bei der Bewältigung der ihm gestellten Aufgabe an den Tag gelegt hat.

AEBLI glaubt, daß die Versuchsergebnisse weniger als Information dafür zu gelten haben, welchen Entwicklungsstand das Kind erreicht hat, vielmehr werden mit der Konfrontation mit bestimmten Problemstellungen oder entsprechenden Situationen Prozesse in Gang gesetzt, die die Entwicklung der Denkstrukturen be-

1) FISHBEIN, LEWIS und KEIFFER 1972, S. 32

2) AEBLI 1963

wirken.

"Wir erachten es als wahrscheinlicher, daß die Aufbau-
prozesse, die zur neuen Struktur führen, erst dann in
Gang gesetzt werden, wenn sich das neue Problem
stellt."¹

Für AEBLI stellen sich die Verhaltensweisen des Kindes
während der Experimente als Elaborationsprozesse dar,
in dem die Strukturen, die bei der Lösung des Problems
verlangt werden, vom Kind auf dem Hintergrund seiner
Vorerfahrung und den perzeptiven Bedingungen der Auf-
gabe aufgebaut werden. Während des Versuchs vollzie-
hen sich Prozesse aktueller Elaboration "Die Aufbau-
und Koordinationsprozesse, die sich also bei Piaget
über längere Zeit als spontane Entwicklungsprozesse
abspielen, sehen wir im Elaborationsprozeß aktuell,
d.h. während des Experiments selbst, realisiert."²

Die Leistung, die das Kind während eines Versuchs er-
bringt, ist bestimmt durch die Schwierigkeit des Ela-
borationsprozesses. Für diesen ist aber das struktu-
relle Niveau des Problems nur einer unter anderen
konstituierenden Faktoren. Da in den meisten Versu-
chen gerade das Niveau der Denkstrukturen ermittelt
werden sollte und andere Faktoren häufig unberück-
sichtigt blieben, zwingt AEBLI's Ansatz zu einer vor-
sichtigeren Interpretation der Versuchsergebnisse.
Der Entwicklungsstand der Kinder ist nicht allein aus
den im Versuch gezeigten Denkstrukturen zu bestimmen.

Mit der "Geistigen Kraft" versucht AEBLI nun ein Maß
für den Entwicklungsstand des Kindes zu entwickeln,
das aus der Schwierigkeit eines zur Bewältigung einer
Aufgabe notwendigen Elaborationsprozesses ermittelt

1) AEBLI 1963, S. 44.

2) Ebd., S. 43.

werden kann. Dabei gehen für AEBLI die Faktoren 'Strukturhöhe der notwendigen Operationen', 'Anzahl der Elemente im Gegenstand', 'Komplexität des Gegenstandes', 'Anschaulichkeit des Gegenstandes', 'mögliche Lernprozesse während des Versuchs', 'zur Verfügung stehende Zeit und mögliche Wahrnehmungen' sowie die 'Motivation der Versuchsperson' in den Schwierigkeitsgrad ein. Wenn AEBLI auch von einer quantitativen Erfassung der beteiligten Faktoren weit entfernt ist, so weist er doch an Varianten des Drei-Berge-Versuchs zur Koordinierung der Perspektiven die Wirksamkeit von erhöhter Veranschaulichung und von Gelegenheiten zur Wiederholung nach.

Je nach Art der Darstellung, bzw. je nach Gelegenheit zur Wiederholung, zeigen sich bei denselben Kindern unterschiedliche Leistungen bei der Koordinierung der Perspektiven.

"So glauben wir, das beschriebene Experiment beweise, daß die Faktoren der Anschaulichkeit und der Zahl der Wiederholungen wirklich Verschiebungen in der Strukturhöhe der Operationen zu erzeugen vermögen. Dies scheint uns aber darauf hinzuweisen, daß ein geometrisches Experiment nicht vorhandene geistige Strukturen aufdeckt, sondern deren aktuelle Elaboration provoziert."¹

Damit stützen die Ergebnisse AEBLIs die These, daß unter anderen Faktoren insbesondere auch die Art der Darstellung und die Aktivitätsformen wesentliche Kriterien dafür sind, ob ein Kind in der Lage ist, ihm zur Verfügung stehende Denkstrukturen auf ein gegebenes Problem anwenden zu können.²

1) AEBLI 1963, S. 116

2) Von AEBLIs Aussage ist es nicht weit zu der provozierenden These von J.S. BRUNER, daß man Kindern jeder Entwicklungsstufe jeden Lerninhalt intellektuell redlicher Weise vermitteln kann. (Vgl. J.S. BRUNER 1970, S. 44).

Pädagogisch besonders bedeutsam ist jedoch vor allem die Aussage, daß ein höheres Niveau der Denkstruktur nur in einem aktuellen Elaborationsprozeß, d.h. in jedem Fall in der Auseinandersetzung mit einem unmittelbar gestellten Problem, erreicht wird. Dieses Erkenntnis verlangt Konsequenzen in der Bereitstellung von Gelegenheiten zum Sammeln immer neuer Erfahrungen. Mit AEBLIs Versuchen sind Anregungen auf räumlich-geometrischem Gebiet gegeben.

a) Interpretation der zeichnerischen Leistungen

PIAGETs zentrale Aussage in der Interpretation der zeichnerischen Reproduktion unterschiedlich strukturierter Vorlagen besagt, daß die Entwicklung topologischer Begriffe der Entwicklung euklidisch-metrischer Begriffe vorausgeht, was sich in den Zeichnungen in der lange fortdauernden Dominanz der Berücksichtigung topologischer Eigenschaften ausdrückt. In einer eingehenden Analyse der PIAGET-Versuche kommt J.L. MARTIN¹ zu einer kritischen Wertung der theoretischen Schlußfolgerungen.

Zunächst betont MARTIN die Problematik der Interpretation der Versuchsergebnisse:

"However, difficulty does exist in evaluating the drawings. Where drawings deviate from models, the evaluator must interpret whether the deviation is due to incorrect representation, lack of motor skill or indifferences."²

Nach MARTIN ist PIAGET jedoch vorzuwerfen, daß er die Ergebnisse nicht konsequent einheitlich zu interpretieren versucht. So interpretiert PIAGET beispielsweise die Zeichnung eines Kreises durch eine Versuchsperson, in der zwar kreisförmige Konturen wiedergegeben wurden, ein Schließen der Figur jedoch nicht gelungen war, dahingehend, daß die Wiedergabe der topologischen Eigen-

1) MARTIN 1976

2) Ebd., S. 13

schaft der Geschlossenheit nur aufgrund motorischer Schwierigkeiten mißlungen ist. Zu Recht stellt MARTIN daraufhin die Interpretation anderer Fehlleistungen in Frage:

"It is not clear why failure to produce a homeomorphic copy of the model in this case is due to lack of drawing ability. In other cases, when the drawing fails to display the proper Euclidean characteristics, the failure is attributed to lack of conceptualization."¹
Darüberhinaus sieht MARTIN in der Wiedergabe kreisförmiger Konturen eher eine euklidische Eigenschaft berücksichtigt.

Nach MARTIN werden in PIAGETs Interpretation der Kinderzeichnungen die Leistungen hinsichtlich der Wiedergabe topologischer oder euklidischer Merkmale in unterschiedlicher Weise gewürdigt, so daß sie einseitig die Theorie PIAGETs von der Reihenfolge geometrischer Begriffsbildungen stützen, während bei genauerer Analyse der in PIAGETs Darstellungen verfügbaren Versuchsprotokolle die Ergebnisteile PIAGETs These bestätigen, ihr teilweise aber auch widersprechen. MARTIN glaubt daher nicht daran, daß man die Entwicklung geometrischer Begriffe in eine zeitliche Aufeinanderfolge gemäß einer mathematischen Hierarchie bringen kann:

"Perhaps the emphasis should be placed on the child's ability to order, organize, and coordinate his actions, not on trying to chronologically order spatial representations according to topology, Euclidean geometry, or projective geometry."²

Mit der Betonung des Ablaufs des Reproduktionsprozesses, in dem die an der Vorlage wahrgenommenen Einzelheiten verarbeitet werden, wird ein weiterer Hinweis

1) MARTIN 1976, S. 13

2) Ebd. S. 15

auf die Medienabhängigkeit der Leistungen der Kinder bei Aufgaben mit geometrischen Vorgaben geliefert. Die zeichnerischen Leistungen erweisen sich als zu stark abhängig von motorischen Fertigkeiten, als daß unmittelbare Rückschlüsse auf eine geometrische Konzeptbildung gezogen werden könnten.

3.3 Geometrische Leistungen als Produkte eines informationsverarbeitenden Wahrnehmungsprozesses

Die entwicklungspsychologischen Forschungen bezüglich räumlich-geometrischer Leistungen bei Kindern sind getragen von dem Bemühen, die Ergebnisse zur Konstruktion einer Theorie der Entwicklung der Strukturen geometrischer Vorstellungen auszunutzen. Vor allem PIAGET versucht, scharf zu unterscheiden zwischen Leistungen, die auf direkte Anwendung von Wahrnehmungsfunktionen zurückzuführen sind, und Leistungen, die auf der Entwicklung von spezifischen Vorstellungen, von ausdifferenzierten Strukturen und operatorisch verfügbaren Denkschemata beruhen.

Damit geht PIAGET von zwei unabhängigen Systemen aus, mit denen das Kind räumlich-geometrische Phänomene seiner Umwelt zu erfassen lernt, einem System von Wahrnehmungsfunktionen, das dem Kind einen Wahrnehmungsraum vermittelt, und einem System von Vorstellungen, mit dem das Kind einen abstrakten Begriff des Raumes, einen Vorstellungsraum, zu beherrschen lernt, der es ihm möglich macht, unabhängig von konkreten Wahrnehmungsreizen mit Hilfe operatorischer Denkstrukturen räumlich-geometrische Probleme zu bewältigen.

1) MARTIN 1976, S. 15

Der folgende Ansatz versucht, sich von der Vorstellung zu lösen, daß geometrische Leistungen des Kindes ein begriffliches Konzept der geometrischen Beziehungen voraussetzen.

3.3.1 Ansätze von D. R. OLSON zur Interpretation geometrischer Leistungen

D.R. OLSON findet im Anschluß an ausführliche Studien zum Erwerb des Begriffs der Diagonalität¹ zu einem Interpretationsansatz, der die Rolle der Wahrnehmungstätigkeit bei der Bewältigung geometrischer Probleme stärker hervorhebt und einen Begriff von Wahrnehmung zugrundelegt, der weiter gefaßt ist als bei PIAGET. OLSONs Untersuchungen zeigen, daß Kinder schon früh in der Lage sind, die Diagonale in einem Quadrat von anderen geneigten Geraden zu unterscheiden. OLSON weist sogar nach, daß die Kinder in der Lage sind, die Diagonale verbal korrekt zu beschreiben, noch ehe sie die Aufgabe bewältigen, die Diagonale gestaltend zu reproduzieren.

Die unterschiedlichen Ergebnisse führt OLSON nicht auf mehr oder weniger entwickelte Vorstellungen von geometrischen Begriffen zurück, sondern auf die unterschiedlichen Leistungen der Kinder bei ihrer Wahrnehmungstätigkeit während der Bearbeitung geometrischer Probleme. Kernpunkt seines Ansatzes ist das Abgehen von einem System geometrischer Vorstellungen als Denkstruktur unabhängig von einem System der Wahrnehmungsfunktionen: "Hence there are, in my view, not two independent systems, perceptual and representational,

1) OLSON 1970

as PIAGET has argued, but rather one system, a perceptual one, which is altered substantially by performatory acts in different media."¹

Damit kommt OLSON der Lösung eines Problems näher, das die Interpretation der Ergebnisse einer Reihe von Versuchen PIAGETs erschwerte: Wie kommt es, daß ein Kind bei verschiedenen Aufgaben gleicher logischer Struktur Leistungen zeigt, die von einem unterschiedlichen Denkniveau - im Sinne PIAGETs - zeugen? Dieses von PIAGET als 'horizontale Verschiebung' ('decalage horizontale') bezeichnete Phänomen, das Erreichen eines Denkniveaus zu unterschiedlichen Zeitpunkten bei verschiedenen, jedoch strukturell gleichen Aufgabenstellungen, waren für AEBLI der Anlaß, die Leistungen des Kindes mit Hilfe einer Theorie des Elaborationsprozesses, der geistigen Kraft, die sich in einer gelungenen Elaboration ausdrückt, zu beurteilen. Dabei gehen wesentlich die perzeptiven Bedingungen der Aufgabenstellung ein.²

Demgegenüber ist der Erklärungsansatz OLSONs unkomplizierter. Er sieht bei der Bewältigung geometrischer Aufgabenstellung für das Kind vornehmlich die Aufgabe, die perzeptiven Bedingungen adäquat in den Griff zu bekommen, mit anderen Worten: das Kind muß seine Wahrnehmungsfunktionen zielgerichtet einsetzen, um die für die Bewältigung des gestellten Problems geeigneten Informationen in der wahrgenommenen Situation zu ermitteln.

Die Leistung bzw. die Entwicklung der Leistungsfähigkeit des Kindes, besteht in der Selektion und Koordination von einzelnen Wahrnehmungsgegebenheiten, den mit Hilfe der Wahrnehmungsfunktionen aufgenommenen

1) OLSON 1970, S. 187

2) Vgl. AEBLI 1963, S. 69 ff., s. auch 3.2

Lautet die Aufgabe nun, aus einer vorgelegten Anzahl von verschiedenen geometrischen Figuren, z.B. Quadrat, Fünfeck, Trapez, Dreieck die richtige auszuwählen, so reicht die Information, die das Kind aufgenommen hat, aus, um die Aufgabe zu bewältigen, sofern nicht zwischen verschiedenen Dreiecken unterschieden werden soll.

Soll das Kind die Figur aus dem Gedächtnis nachzeichnen, so steht es vor der Schwierigkeit, die aufgenommene Information zu verarbeiten. Konzentriert es sich auf die Wiedergabe von '3 Spitzen', so ist durchaus eine Reproduktion wie in Abb. 3.19 denkbar.



Abb. 3.19: 3 'Spitzen', zu einem 'Dreieck' zusammengefügt.

Anmerkung: Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen traten solche Verhaltensweisen - wenn auch relativ selten - auf; Kinder versuchten z.B. ein auf die Spitze gestelltes Quadrat aus 4 'Spitzen' zusammenzusetzen (vgl. Abb. 3.20).



Petra, 5;1



Ulrike, 6;2

Abb. 3.20: Reproduktionen des auf die Spitze gestellten Quadrats (Voruntersuchung im Kindergarten, 1976)

Ebenso ist bei einer Reproduktion mit Hilfe von Holzstäbchen die Schwierigkeit denkbar, daß das Kind nicht weiß, wie es die 'Spitzen' aus Stäbchen herstellen soll.

Bei einer Aufgabe, bei der das Kind die Figur ohne Zuhilfenahme visueller Wahrnehmung nur über taktile Reize wiedererkennen soll - etwa mit verbundenen Augen durch Abtasten verschiedener Figuren - stünde das Kind vor dem Problem, zunächst die visuell wahrgenommene Information der 'Spitze' auf die haptische Ebene umzusetzen, um sodann nach einem Verfahren zu suchen, die Anzahl der 'Spitzen' durch Abtasten zu bestimmen - was nicht selbstverständlich ist, wenn das Kind nicht mit einer Hand eine Spitze festhält, um mit der anderen die Figur entlangzufahren.

Man sieht also, daß es für das Kind darauf ankommt, geeignete Strategien zu entwickeln, wie es seine Wahrnehmungstätigkeit lenken kann, um zu geeigneten Informationen für die Bewältigung der gestellten Aufgabe zu gelangen.

Auf den möglichen Einwand, daß dann eben diese Strategien bestimmt werden von geometrischen Vorstellungen und Denkstrukturen, wird noch einzugehen sein.

Der Ansatz, Leistungen bei geometrischen Aufgabenstellungen auf der Grundlage der aktiven Wahrnehmungstätigkeit der Kinder zu interpretieren, verhilft OLSON dazu, auch zunächst überraschende Ergebnisse, die dem Entwicklungsstand der Kinder nicht zu entsprechen scheinen - sofern man von PIAGETs Konzeption der Entwicklung geometrischer Vorstellung ausgeht - in das Spektrum einzuordnen.

OLSON berichtet von einem Beispiel, das für die Interpretation der kindlichen Leistungen sehr aufschlußreich ist.¹

Einem dreijährigen Kind wurde durch den Erzieher die Rekonstruktion der Diagonalen auf einem Steckbrett vorgeführt, wobei der Erzieher durch entsprechende

1) Siehe dazu OLSON 1970, S. 105 ff.: A Montessori Approach to the Acquisition of Diagonality.

Bewegungen die möglichen Fehlversuche zum Ausdruck brachte, ehe er den jeweiligen Stecker korrekt einfügte. Entsprechend den Grundsätzen der MONTESSORI-Pädagogik bei der Einführung von Übungen erfolgte die Darbietung ohne verbale Erläuterungen.

Nach den Erfahrungen OLSONs aus anderen Versuchen war nicht zu erwarten, daß das dreijährige Kind in der Lage sein würde, die Rekonstruktion der Diagonalen nachzuvollziehen, was dem Kind jedoch gelang.

Nach der Konzeption PIAGETs ist nicht davon auszugehen, daß das Kind bereits in der Lage war, die Diagonale "in der Vorstellung vorwegzunehmen", was jedoch nach PIAGET eine Voraussetzung für das Gelingen der Rekonstruktion der Geraden, insbesondere der geneigten Geraden, darstellt.

OLSONs entscheidender Interpretationsansatz besteht darin, daß er das Gelingen der Rekonstruktion darauf zurückführt, daß die Wahrnehmungstätigkeit des Kindes auf entscheidende Punkte im Prozeß der Rekonstruktion der Diagonalen gelenkt wurde, indem es auch auf die möglichen fehlerhaften Alternativen bei der Durchführung der zur Rekonstruktion notwendigen Handlungen hingewiesen wurde. Das Kind hat nicht nur den korrekten Rekonstruktionsprozeß wahrgenommen, sondern gleichzeitig Hinweise darauf bekommen, welche Fehlhandlungen es vermeiden muß, um zu einer korrekten Lösung zu gelangen.

Damit wird aber weniger die begriffliche Vorstellung des Kindes angesprochen, als vielmehr die Fähigkeit der zielgerichteten Informationsaufnahme durch die Wahrnehmungstätigkeit zur Grundlage für das Gelingen des Rekonstruktionsprozesses eines geometrischen Gebildes. Auf was für einen Begriff von Wahrnehmung sich OLSON bei dieser Darstellung der Entwicklung des Erwerbs eines geometrischen Begriffes stützt, soll im folgenden erläutert werden.

3.3.2 Wahrnehmung als aktive Tätigkeit der Informationsaufnahme in Abhängigkeit vom Aktivitätsbereich

OLSON geht zurück auf das Konzept von Wahrnehmung, wie es E. J. GIBSON in "Principles of Perceptual Learning and Development" 1969 zusammenfassend dargestellt hat. Danach ist die Wahrnehmung nicht einfach so aufzufassen, wie es A. LJUBLINSKAJA formuliert: "Unter Wahrnehmung versteht man die ganzheitliche Widerspiegelung eines Gegenstandes oder einer Erscheinung durch den Menschen bei ihrem unmittelbaren Einwirken auf die Sinnesorgane."¹

E. J. GIBSONs Konzept geht auch über die Definition von Wahrnehmung hinaus, die S. H. BARTLEY zum Ausgangspunkt einer Definition des Begriffs 'Wahrnehmung' nimmt: "One effective way of looking at perception is simply to regard it as the organism's immediate response to energistic impingements on sense organs."²

E. J. GIBSON sieht in der Wahrnehmung eher einen aktiven Prozeß der Informationsaufnahme: "It is clear from this account, that perception is not passive reception. It is active search."³

Der Wahrnehmungstätigkeit kommt damit eine Rolle zu, wie sie auch bei L. WENGER und V. MUCHINA angedeutet wird: "... äußere Orientierungshandlungen werden in Wahrnehmungshandlungen umgewandelt."⁴

Dies trifft vor allem für das Kind im Vorschulalter zu; die Entwicklung der Fähigkeit zu einem zielgerichteten Wahrnehmungsprozeß macht es dem Kind möglich, äußere Orientierungshandlungen durch aktive

1) LJUBLINSKAJA 1975, S. 210

2) BARTLEY 1969, S. 929

3) E. J. GIBSON 1969, S. 119, Hervorhebung vom Verf.

4) WENGER und MUCHINA 1975, S. 4

Wahrnehmungstätigkeit zu ersetzen.

Für E. J. GIBSON gilt: "Perception is action, but is exploratory action, not executive action in the sense of manipulating the environment."¹

Wird unter Wahrnehmung ein aktiver Prozeß der Suche nach Informationen verstanden, so bleibt die Frage nach den Bedingungen, unter denen sich der Wahrnehmungsprozeß vollzieht, und in welcher Weise sich die Fähigkeit zur zielgerichteten Wahrnehmung entwickelt. Zunächst ist deutlich, daß die Entwicklung der Wahrnehmung sich als Produkt der Komponenten Reifung und Lernen darstellt. Ohne entsprechende physiologische Voraussetzungen der Sinnesorgane ist die Ausübung der Wahrnehmungsfunktion nicht möglich. Daher stellt der physiologische Reifungsprozeß eine Voraussetzung für die Entwicklung der Wahrnehmungsfähigkeit dar.

Andererseits ist die Einordnung von Wahrnehmungsgegebenheiten abhängig von Vorerfahrungen, vom 'Lernzustand' des wahrnehmenden Subjekts. Der Prozeß der Informationsaufnahme vollzieht sich auf der Grundlage eines bereits erreichten Informationsstandes und erweist sich damit als lernabhängig.

Nach E. J. GIBSON sind es vor allem drei Trends, durch die sich die Entwicklung der Wahrnehmungstätigkeit auszeichnet.

Einmal zeigt sich eine zunehmende Diskriminationsfähigkeit verbunden mit abnehmender Generalisierung. Es steigt die Fähigkeit zur Wahrnehmung unterscheidender Merkmale oder aber die benötigte Zeit nimmt ab, in der die unterscheidenden Merkmale wahrgenommen werden.

Zum Zweiten zeigt sich eine Optimierung der Aufmerk-

1) E. J. GIBSON 1969, S. 121

samkeit. Das wahrnehmende Subjekt entwickelt zunehmend Aktivität bei der Informationsaufnahme und baut Erforschungsstrategien auf. Informationen werden nur noch selektiv aufgenommen, irrelevante Informationen werden vernachlässigt.

Dabei ist es vor allem bei Kindern im Vorschulalter nicht auszuschließen, daß es sich lediglich um vermeintlich irrelevante Informationen handelt! Gerade das Phänomen der Wahrnehmungsgebundenheit zeigt, daß Kinder zunächst lernen müssen, die 'geeigneten' Informationen aus einer wahrgenommenen Situation aufzunehmen. Die Fehlleistungen dabei zeigen weniger einen negativen Einfluß der Dominanz der Wahrnehmung vor der Vorstellung als die Unfähigkeit zur Selektion relevanter Informationen aus wahrgenommenen Einzelheiten.

Dabei soll nicht verkannt werden, daß äußere Bedingungen das Auffinden der relevanten Informationen erschweren. Die Gestaltpsychologie hat eine Reihe von Gesetzmäßigkeiten (Gestaltgesetze) herausgefunden, die den Wahrnehmungsprozeß beeinflussen, indem durch die äußeren Bedingungen bestimmte Informationen hervorgehoben und damit nahegelegt werden.¹

Schließlich wächst die Fähigkeit, die Informationsaufnahme nach ökonomischen Gesichtspunkten zu steuern. Im Vordergrund steht dabei die Suche nach übergeordneten Strukturen (informationstheoretisch: nach Superzeichen), nach Invarianten und Unterscheidungsmerkmalen.²

Gerade für die Leistungen von Kindern bei Aufgaben mit geometrischen Vorgaben ist dieser Aspekt der Entwicklung der aktiven Wahrnehmungstätigkeit von besonderer Bedeutung.

1) Vgl. METZGER 1966

2) Vgl. auch E. J. GIBSON 1966

Die spezifischen Kennzeichen geometrischer Objekte, so etwa die dargestellten euklidischen Invarianten, stellen solche Gesichtspunkte dar, nach denen die Informationsaufnahme gesteuert werden kann.

In diesem Sinne ist geometrische Begriffsbildung die Entwicklung von Hilfsmitteln zur Strukturierung der Wahrnehmungstätigkeit.

Auf der Grundlage dieses Wahrnehmungsbegriffs erweitern sich die Leistungen von Kindern im Vorschulalter auf räumlich-geometrischem Gebiet als abhängig von ihren perzeptualen Fähigkeiten sowie den medialen und strukturellen Bedingungen der konkreten Problemstellungen.

Voraussetzung für geometrische Aktivitäten, die inhaltlich dem Erwerb geometrischer Grunderfahrungen und -begriffe dienen, ist damit nicht ein bestimmtes Niveau des Entwicklungsstandes geometrischer Vorstellungen und Konzepte - geometrische Begriffe sollen vielmehr in der Auseinandersetzung mit räumlich-geometrischen Phänomenen erfahren werden - sondern die hinreichende Entwicklung der physiologischen Voraussetzungen, d.i. die Funktionsfähigkeit der Sinnesorgane, verbunden mit einem hinsichtlich des Mediums der Aktivität sowie der Komplexität der Bedingungen adäquaten Lernangebot.

Für die Erfahrung räumlich-geometrischer Zusammenhänge steht dabei die visuelle Wahrnehmung der Umwelt im Vordergrund. (Auf die besondere Situation der räumlich-geometrischen Erfahrung der Umwelt bei erheblicher Einschränkung des Sehvermögens soll in diesem Zusammenhang nicht eingegangen werden.)

Insbesondere für die Erfahrung projektiver, sowie euklidisch-metrischer Eigenschaften und Beziehungen in der Umgebung des Kindes muß daher zumindest von

der Voraussetzung ausgegangen werden, daß das Kind in der Lage ist, Formen in der Umwelt zu erkennen, sowie bekannte Gegenstände wiederzuerkennen. Diese Voraussetzung ist jedoch bei Kindern der betrachteten Altersstufe (ca. 5 - 7 Jahre) gegeben.

Schon mit dem 3. Lebensjahr besitzt das Kind die Fähigkeit, Gegenstände allein nach ihren Konturen, mit- hin insbesondere aufgrund ihrer Form wiederzuerkennen; die besondere Bedeutung der Form wird nach sowjetischen Untersuchungen von A. LJUBLINSKAJA schon für das Vorschulalter betont.¹

Wenn das Kind konkrete Gegenstände zu unterscheiden gelernt hat, kann man auch annehmen, daß es in der Lage ist, verschiedene Formen zu differenzieren. E. J. GIBSON geht sogar soweit, daß er die Fähigkeit zur Formdifferenzierung zu einer der notwendigen Voraussetzungen für das Erkennen der Bedeutung eines Gegenstandes zählt: "Wahrscheinlich lernt ein Kind erst dann die Signifikanz der Dinge für seine Bedürfnisse oder ihre Verwendung als konventionell vereinbarte Zeichen, wenn es sie aufgrund ihrer Form, Größe und Farbe identifizieren kann."²

Nachdem für Kinder im Vorschulalter diese Voraussetzungen gegeben sind, lassen sich ihre Leistungen auf räumlich-geometrischem Gebiet im Hinblick auf ihre Fähigkeit zur gezielten Wahrnehmung geometrischer Einzelheiten erklären.

Der Erfolg ihrer Wahrnehmung, der aktiven Suche nach Informationen bezogen auf ein Ziel, z.B. die Bewältigung einer konkreten Aufgabe, hängt ab von den Anforderungen des Mediums, in dem sich die Aktivität des Kindes vollziehen soll. Damit werden die Leistungen

1) Vgl. LJUBLINSKAJA 1975, S. 210

2) E. J. GIBSON 1973, S. 245

bei einer Aufgabenstellung nicht als Anzeichen eines Entwicklungsstandes räumlich-geometrischer Vorstellungen und Begriffe gewertet. Hingegen lassen sich bezogen auf die Aufgabe die Bedingungen aufzeigen, die die Wahrnehmungstätigkeit des Kindes erfüllen muß, um eine Bewältigung der Aufgabe zu gewährleisten.

Die Beschäftigung mit geometrischen Formen im Hinblick auf das Erfassen euklidisch-metrischer Eigenschaften, um die es im Rahmen dieser Arbeit vornehmlich geht, verlangt von den Kindern einmal die Diskrimination geometrischer Figuren, zum anderen deren Rekonstruktion. Bei der Diskrimination geometrischer Figuren wird dabei von den Kindern die Wahrnehmung euklidisch-metrischer Unterscheidungsmerkmale einer Vorlage, bezogen auf angebotene Alternativen, verlangt. Während dabei eine ganzheitliche Wahrnehmung der Figuren das Gelingen der Aufgabe nicht beeinträchtigen muß, ist das Kind bei der Aufgabe der Konstruktion geometrischer Figuren genötigt, die wahrgenommene Form bzw. die an der Figur wahrgenommenen Einzelheiten schrittweise - also aus Einzelheiten - zu reproduzieren. Dies erfordert nach der Wahrnehmung des Objekts mit dem Ziel, Informationen für die Reproduktion zu gewinnen, zusätzlich eine Wahrnehmungstätigkeit des Kindes während des Reproduktionsprozesses. Nur die Koordinierung zwischen der Wahrnehmung des dabei entstehenden Produkts und der Steuerung des Reproduktionsprozesses stellt das Gelingen der Reproduktion sicher. Daher ergeben sich bei den Reproduktionsleistungen unterschiedliche Abhängigkeiten von dem Medium, in dem die Reproduktion durchgeführt wird. Die Wahrnehmungstätigkeit beim Reproduktionsprozess wiederum lenkt die Aufmerksamkeit auf die zu abweichenden Resultaten führenden Handlungen und auf geometrische Unterscheidungsmerkmale zwischen Vorlage und entstehender Figur.

Die angestrebte Untersuchung wird erweisen, wie weit Kinder in der Lage sind, euklidisch-metrische Eigenschaften beim Reproduktionsprozeß bestimmter geometrischer Figuren wiederzugeben.

Indem man das Augenmerk auf die Entwicklung der Wahrnehmungstätigkeit des Kindes bei der Beschäftigung mit räumlich-geometrischen Phänomenen richtet, bekommen geometrische Aktivitäten von Kindern im Altersbereich vorschulischer Einrichtungen die Aufgabe, die Wahrnehmungsfunktionen der Kinder durch geeignete Aktivitäten in unterschiedlichen Medien auf geometrische Einzelheiten, insbesondere über topologische Qualitäten hinaus, auf euklidisch-metrische sowie projektive und affine Unterscheidungsmerkmale zu lenken.

3.4 Exkurs: Wahrnehmung und Raumvorstellung als Intelligenzfaktoren

Im Vorausgehenden sind zwei Begriffsbildungen zur Darstellung der Entwicklung geometrischer Begriffe und zur Deutung geometrischer Leistungen bei Kindern eingesetzt worden, die auch in faktorenanalytischen Modellen der Intelligenz als Intelligenzfaktoren betrachtet werden.

Es handelt sich einmal um den Begriff der Wahrnehmung, zum anderen um die Fähigkeiten, sich räumlich-geometrische Beziehungen vorstellen zu können, die sich in dem Konstrukt 'Raumvorstellung' widerspiegeln.

In den Bereich der abgesicherten Faktoren der Wahrnehmung gehören über die Faktoren einfacher Sinnesleistungen

hinaus vor allem die Faktoren Wahrnehmungsgeschwindigkeit¹, Geschwindigkeit der Gestaltbindung² und Flexibilität der Gestaltbindung³.

Alle drei sind bei der Bearbeitung geometrischer Vorgaben von besonderer Bedeutung.

Die Wahrnehmungsgeschwindigkeit steht dabei vor allem in der raschen Erfassung visuell wahrgenommener Phänomene. Dieser Faktor läßt sich nach PAWLIK unter anderem auch in Tests zum Faktor Raumvorstellung wie "Spatial Relations I, II" von GUILFORD festmachen. "In allen diesen Tests kommt es darauf an, eine Vorlage rasch aufzufassen bzw. in einem größeren Umfeld richtig einzuordnen. Erhöht man die Schwierigkeit der Aufgaben, sind die Tests nicht mehr im Faktor Wahrnehmungsgeschwindigkeit, sondern in einem der Gestaltserfassungsfaktoren geladen."⁴

So wird auch der Zusammenhang zur Gestaltbindung hergestellt.

Bei der Geschwindigkeit der Gestaltbindung kommt es vor allem darauf an, aus einzelnen Teilen einer Konfiguration, also einer unvollständigen Darstellung, das Gesamtbild zu erkennen, während bei der Flexibilität der Gestaltbindung die besondere Wahrnehmungsleistung darin besteht, eine bestimmte Konfiguration dadurch zu erfahren, daß sie aus einem ablenkenden Umfeld ausgegliedert werden muß.⁵

Beide Tätigkeiten stellen Prozesse spezifischer Informationsverarbeitung dar und stehen auch von daher in engem Zusammenhang mit der Erfassung spezifischer geometrischer Merkmale.

1) "perceptual speed"; nach THURSTONE: P (vgl. PAWLIK 1971, S. 312)

2) "speed of closure"; Cs bzw. C1 (vgl. PAWLIK 1971, S. 313)

3) "flexibility of closure"; Cf bzw. C2 (vgl. PAWLIK 1971, S. 314)

4) PAWLIK 1971, S. 313

5) z.B. 'GOTTSCHALDT-Figuren', vgl. GOTTSCHALDT 1926

Ein weiterer Komplex von Wahrnehmungsfaktoren, der noch stärker in die Richtung der Erfassung geometrischer Eigenschaften weist wie Größen- und Längenschätzung, Detailauffassung, Faktoren geometrisch-optischer Täuschungen, scheint nach PAWLIK¹ von der Intelligenzforschung noch nicht abgeklärt zu sein.

Ausführlicher ist dagegen die Struktur der Faktoren der räumlichen Vorstellung untersucht worden, die zu den abgesicherten Primärfaktoren der Intelligenz gezählt werden können. Zwar erscheint nicht gesichert, ob der Faktor Raumvorstellung ('Space') in zwei oder drei selbständige Faktoren zu unterteilen ist, dennoch weisen die faktorenanalytischen Untersuchungen der Intelligenzforschung deutliche Ergebnisse hinsichtlich der Unterscheidung spezifischer Faktoren räumlichen Vorstellens auf.

Als völlig abgesichert kann dabei der Faktor 'Veranschaulichung'² gelten, der in Aufgabenstellungen läßt, deren Lösung die Vorstellung räumlicher Transformationen von Konfigurationen, Gegenständen oder Teilen derselben erfordert.

Während in diesem Aspekt der Raumvorstellung die Bewegung räumlicher Gebilde oder ihrer Teile Gegenstand der Vorstellung ist, tritt beim Faktor 'Räumliche Beziehungen'³ mehr die Vorstellung räumlicher Beziehungen zwischen unbewegten Gegenständen in den Vordergrund. Ein weiterer Faktor, 'Räumliche Orientierung'⁴, bezieht sich inhaltlich auf die Einordnung der eigenen Person in ein räumliches Bezugssystem unter Berücksichtigung einiger äußerer Bezugspunkte.

1) s. PAWLIK 1971, S. 316 f.

2) "visualization"; THURSTONE: S2 (vgl. PAWLIK 1971, S. 337)

3) "Spatial relations"; S1 (vgl. PAWLIK 1971, S. 338)

4) "Spatial orientation"; S3 (vgl. PAWLIK 1971, S. 339)

Trotz der unterschiedlichen psychologischen Bedeutung der beiden letztgenannten Faktoren konnte bisher ihre Unabhängigkeit statistisch nicht nachgewiesen werden. PAWLIK¹ weist darauf hin, daß der Faktor 'Räumliche Beziehungen' in engem Zusammenhang zum Faktor 'Flexibilität der Gestaltbindung' steht und daher wohl z.T. auf übereinstimmende Wahrnehmungsmechanismen zurückzuführen ist.

Für den Altersbereich von Kindern in vorschulischen Einrichtungen scheint die Überlegung wichtig, wie weit aus der Sicht der Intelligenzforschung bereits Voraussetzungen vorhanden sind, die die Beschäftigung mit geometrischen Vorgaben ermöglichen. Hinsichtlich der Entwicklung der Wahrnehmungsfunktionen sind diese Voraussetzungen zweifellos gegeben. FROSTIGs Entwicklungstest der visuellen Wahrnehmung² stellt eines der Instrumente zur Prüfung des Entwicklungsstandes von Intelligenzfaktoren der Wahrnehmung bereits für den Altersbereich von Kindern im Vorschulalter dar. Wenn Tests für 4 - 7jährige Kinder auch Subtests enthalten, die sich auf das räumliche Vorstellungsvermögen beziehen (vgl. neben FROSTIGs Entwicklungstest der visuellen Wahrnehmung auch den HAWIVA³), so scheint dennoch nicht gesichert, ob zu diesem Zeitpunkt bereits spezifische Intelligenzfaktoren ausgeprägt sind. Allerdings berichtet D. H. ROST⁴, gestützt auf MELLONE (1944/45) und EMMETT (1949), daß bereits im Alter von 7 Jahren von dem Vorhandensein eines spezifischen Faktors 'Raumvorstellung' ausgegangen werden kann, andererseits aber - hier bezieht sich ROST

1) Vgl. PAWLIK 1971, S. 358

2) LOCKOWANDT 1974

3) EGGERT 1975

4) Vgl. ROST 1976, S. 80/81

auf die Altersdifferenzierungshypothese nach THOMSON (1939), GARRETT (1946) und HOFSTATTER (1954) - nicht vor dem 6. Lebensjahr mit dem Auftreten eines spezifischen Faktors 'räumliche Orientierung' zu rechnen ist, da der 'g-Faktor der allgemeinen Begabung' die übrigen Faktoren zu stark dominiert. Ein allgemeiner Faktor 'Raumvorstellung' - so ROST - kann nach THURSTONE jedoch bereits im Alter von 6 Jahren als belegt gelten.

Aufgrund dieser Ergebnisse setzt ROST seine Untersuchung der Schulbarkeit räumlichen Vorstellungsvermögens erst für das achte bis neunte Lebensjahr an. Die Beiträge der Intelligenzforschung geben jedoch keinen Anlaß zu dem Schluß, daß aufgrund mangelnder Voraussetzungen in der Intelligenzstruktur von Kindern des Altersbereichs vorschulischer Einrichtungen auf geometrische Aktivitäten zur zielgerichteten Vermittlung von Grunderfahrungen zur Präfiguration geometrischer Begriffe verzichtet werden müßte.

4. Vorbereitung einer Untersuchung der Leistungen 5 - 7jähriger Kinder bei der Diskrimination und Reproduktion ebener geometrischer Figuren

Zur Erhebung der Leistungsmöglichkeiten von Vorschulkindern bei Aufgabenstellungen mit geometrischen Aspekten wurde eine Untersuchung geplant, die Aufschluß über Unterschiede beim Einsatz verschiedener Reproduktionsmedien geben sollte und darüberhinaus erweisen sollte, welche Fähigkeiten zu visueller Diskrimination ebener geometrischer Figuren bereits im Vorschulalter vorhanden sind und in welchem Maße spezifische euklidisch-metrische Eigenschaften bei der Vorbereitung geometrischer Vorgaben Beachtung finden. Die Planung wurde dabei geleitet von vorliegenden Untersuchungsergebnissen, die unmittelbare Hinweise auf die angesprochene Problematik geben, sowie von Erfahrungen aus Voruntersuchungen, die zur Vorbereitung mit einzelnen Kindern sowie in verschiedenen Kindergartengruppen durchgeführt wurden.

4.1 Untersuchungsergebnisse zur Fähigkeit 'Geometrisches Differenzieren'

Legt man die Überlegungen von D. R. OLSON zugrunde, so kann man vermuten, daß die zeichnerische Wiedergabe geometrischer Figuren allein noch keine Auskunft über die unterschiedliche Beherrschung geometrischer Eigenschaften und Begriffe geben kann. Vielmehr ist anzunehmen, daß gerade das Zeichnen ein Darstellungsmedium ist, das für die Kinder mit besonderen Problemen der Koordinierung von visueller Wahrnehmung und motorischer Beherrschung und Lenkung der Hand verbunden ist, und daß daher das objektive Ergebnis hinsicht-

lich seiner geometrischen Eigenschaften als von einem Komplex zusätzlicher Einflüsse beeinträchtigt angesehen werden muß.

C. W. RAND ist in einer Untersuchung einer ähnlichen Frage nachgegangen. Ebenfalls gestützt auf OLSON versucht sie herauszufinden, inwieweit bei 3 - 5jährigen Kindern ein Training in der Differenzierung geometrischer Figuren einerseits oder das Training einer speziellen Zeichenstrategie andererseits die Ergebnisse bei der zeichnerischen Wiedergabe geometrischer Figuren verbessert.

RAND kommt zu dem Ergebnis, daß das Erlernen einer Zeichenstrategie zu verbesserten Ergebnissen führt, während die Steigerung des Diskriminationsvermögens eher negativen Einfluß auf die Zeichnungen der Kinder hatte. Nach OLSON lassen sich die Ergebnisse so deuten, daß die Sensibilisierung der einen Gruppe für geometrische Einzelheiten zu verstärkten Problemen beim Versuch der grafomotorischen Umsetzung der wahrgenommenen Informationen führte, während die andere Gruppe mit der Zeichenstrategie lernte, die für diese Strategie relevanten Informationen auszuwählen und umzusetzen.

Auch in diesen Studien bestätigt sich, daß das Ergebnis beim Zeichnen allein noch nicht zur Beurteilung der Fähigkeit ausreicht, geometrische Begriffe zu berücksichtigen.

Ein weiteres Untersuchungsergebnis mag diese These untermauern:

Im Rahmen der Untersuchung eines mathematischen Fähigkeitsspektrums bei Kindern der Eingangsstufe durch H. FREUND und P. SORGER wurde Kindern im ersten Schuljahr zum angenommenen Fähigkeitsfaktor 'Geometrisches Differenzieren' unter anderem die Aufgabe gestellt,

die in Abb. 4.1 dargestellten Figuren nachzuzeichnen.¹

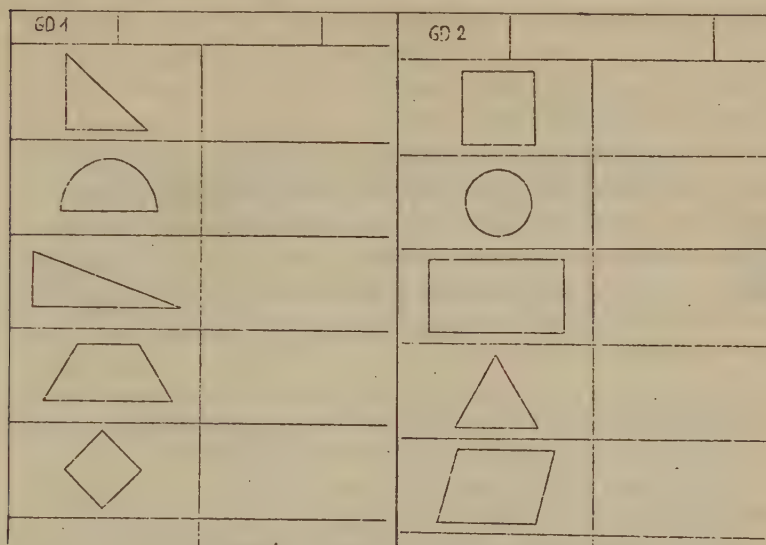


Abb. 4.1: Arbeitsblätter zum geometrischen Differenzieren (zeichnerische Reproduktion) bei FREUND und SORGER²

Die Figuren waren auf zwei Arbeitsblättern auf der linken Seite dargestellt, auf denen auf der rechten Seite jeweils Platz zum Nachzeichnen war. Die Ergebnisse wurden von Experten, d.h. Studenten, die über die relevanten euklidisch-metrischen Eigenschaften der Figuren informiert waren, in einem intuitiven Rating-Verfahren mit 0 für 'nicht adäquat gezeichnet' und 1 für 'adäquat gezeichnet' bewertet. Auf der Grund-

1) Vgl. FREUND, und SORGER 1974b

2) Die Arbeitsblätter wurden mir aus dem Kieler Untersuchungsmaterial zur Verfügung gestellt. Über die beiden dargestellten Arbeitsblätter hinaus gab es Arbeitsblätter, in denen verschiedenartige Muster zu übertragen waren.

lage dieser Ergebnisse wurde 1977 eine Itemanalyse über diese Arbeitsblätter durchgeführt; die Ergebnisse sind in der Tabelle 4.1 dargestellt.

Tab. 4.1: Itemanalyse über Reproduktionsleistungen von Erstkläßlern

										
Trennschärfeindex	33	25	20	31	21	0	31	22	27	22
Schwierigkeitsgrad	76	53	63	62	48	58	81	73	71	49

innere Konsistenz: 0,536

170 VPn

Wie aus der Tabelle hervorgeht, sind bei allen Figuren die Trennschärfeindizes sehr niedrig. Der Test erhält eine innere Konsistenz von nur 0.536, einen so niedrigen Wert, daß man nicht mehr von einem homogenen Test sprechen kann. Dieses widerspricht der intuitiven Annahme, daß die einheitliche Aufgabenstellung der grafomotorischen Wiedergabe auch zu einem homogenen Test führen müßte. Es zeigte sich bei den Ergebnissen, daß korrekte Zeichnungen bei - dem errechneten Schwierigkeitsgrad nach - schwierigen Figuren auffallend häufig verbunden waren mit fehlerhaften Ergebnissen bei den übrigen Figuren.

Damit zeigen auch diese Ergebnisse, daß die zeichnerische Reproduktion ebener geometrischer Figuren nicht den einzigen Maßstab für den Grad des Erfassens euklidischer und metrischer Eigenschaften darstellen kann. Die verschiedenartigen Fehlleistungen deuten vielmehr daraufhin, daß eher die unterschiedliche Beherrschung des Darstellungsmediums 'Zeichnen' als mangelnde Differenzierungsfähigkeit und unterentwickeltes Vorstellungsvermögen als Ursache für das Versagen bei der zeichnerischen Reproduktion der Figuren anzusehen ist.

Bei den soeben dargestellten Ergebnissen überrascht vor allem der relativ hohe Schwierigkeitsgrad des Quadrats in Normallage. Er läßt vermuten, daß bei dieser Figur bei der Bewertung andere Gesichtspunkte zum Tragen kamen als bei den übrigen Figuren.

Im Rahmen eines Seminars wurden von einer Gruppe von Studenten die zeichnerischen Reproduktionen von insgesamt 155 Erstkläßlern nach verfeinerten Kriterien bewertet. Die Zeichnungen beschränkten sich auf Quadrat in Normallage, Quadrat auf der Spitze, gleichseitiges Dreieck, Trapez und Parallelogramm.

Bei der Auswertung wurden die Exaktheit jedes einzelnen Winkels, die Wiedergabe jeden Parallelenpaars, die Größe der einzelnen Seiten und das Seitenverhältnis getrennt bewertet. Für die Bewertung wurden Meßgeräte (Winkelmesser mit 2^0 -Skalierung, Lineal) herangezogen, um Einflüsse des subjektiven Eindrucks, den die Gesamtfigur erzeugte, möglichst abzuschwächen. Trotz scharfer Kriterien ergaben sich hohe Punktwerte für die Reproduktionsleistungen.

In Tabelle 4.2 sind die Ergebnisse dargestellt, die Zahlenangaben beziehen sich auf die durchschnittlich erreichbare Punktzahl.

Tab. 4.2: Durchschnittliche Leistungen bei der Wiedergabe ebener geometrischer Figuren (in% der maximalen Punktzahl)

					
Winkel	66,4	34,9	44,2	42,5	32,6
Parall.	73,7	51,0	--	73,8	55,8
Größe	61,5	45,1	51,4	50,9	44,1
Seitenverh.	81,5	74,5	57,6	58,9	63,2

Die Ergebnisse zu den Eigenschaften Größe und Seitenverhältnis bei den dargestellten Figuren weisen deutlich das Quadrat als leichteste Figur aus. Allerdings muß bei diesen Ergebnissen berücksichtigt werden, daß nicht sichergestellt werden konnte, ob ein einheitliches Bewertungsverfahren angewandt wurde (unterschiedliche Ergebnisse in einzelnen Untergruppen lassen eher auf Bewertungsmängel als auf Gruppendifferenzen schließen.)

Die Ergebnisse bei Winkeln und Parallelen beruhen auf völlig übereinstimmenden Kriterien und lassen daher genauere Vergleiche zu.

Zunächst fällt bei der Bewertung der Winkel die deutlich höhere Punktzahl für die Wiedergabe des Quadrats auf, sie entspricht etwa einer durchschnittlichen Abweichung von weniger als 4° vom korrekten Winkel. Daß diese Leistung sich nicht einfach auf den 'rechten Winkel' bezieht, zeigt das Ergebnis beim auf die Spitze gestellten Quadrat, bei dem eine durchschnittliche Punktzahl erreicht wurde, die einer Abweichung von mehr als 7° entspricht. Dies deutet auf eine höhere Leistung bei der Wiedergabe orthogonaler Beziehungen hin, die sich durch Horizontale und Vertikale eines äußeren Bezugssystems (z.B. Arbeitsblatt) ausdrücken lassen. Bestätigt wird diese Vermutung durch das Ergebnis bei der Bewertung der Wiedergabe der Parallelität, die nach den gleichen Kriterien wie die Winkel bewertet wurde. Den Kindern gelang die Wiedergabe der horizontalen und vertikalen Parallelen am Quadrat in Normallage ebenso gut wie die Wiedergabe der horizontalen Parallelen am Trapez, während die Bewertung der "schrägen" Parallelenpaare deutlich zu niedrigeren Ergebnissen führte.

Insgesamt zeigen diese Ergebnisse, daß eine Gesamtbewertung der zeichnerischen Wiedergabe von geometrischen

Figuren wenig Aufschluß über die Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften geben kann, und eine differenzierte Bewertung einzelner Qualitäten zu größeren Informationen über die Reproduktionsleistung der Kinder führt.

Das Ergebnis der zuvor zitierten Untersuchung jedenfalls, daß das Quadrat in Normallage einen höheren Schwierigkeitsgrad besitzt als andere geometrische Figuren wie z.B. Trapez und auf die Spitze gestelltes Quadrat, wird unmittelbar widerlegt, wenn man sicherstellt, daß bei der Bewertung der Wiedergabequalität einheitliche, intersubjektive Bewertungskriterien angewandt werden.

4.2 Voruntersuchungen im Vorschulbereich

In Voruntersuchungen im Kindergarten zeigte sich deutlich, daß Kinder ihre Fehlleistungen beim Bemühen, in der zeichnerischen Reproduktion euklidisch-metrische Eigenschaften wiederzugeben, erkennen. Einzelne Kinder unterbrachen dann ihre Zeichnung mit dem Hinweis auf entstehende Fehler und fragten, ob sie korrigieren dürften. In einer Reihe von Zeichnungen sind die Korrekturversuche der Kinder deutlich zu erkennen (vgl. Abb. 4.2).



GUIDO, 5;2

UTE, 5;11

Abb. 4.2: Reproduktionen des Trapezes mit Anzeichen von Korrekturversuchen (Voruntersuchung im Kindergarten, 1976)

Es deutete sich an, daß Korrekturversuche bei unmittelbarer Wiederholung der Zeichnung besonders aufschlußreich sein können. In Abb. 4.3 ist dafür ein Beispiel dargestellt. Hier wurde der Versuch unmittelbar wiederholt, wobei der Versuchsperson A. die fehlerhafte Zeichnung des ersten Versuchs vorlag.

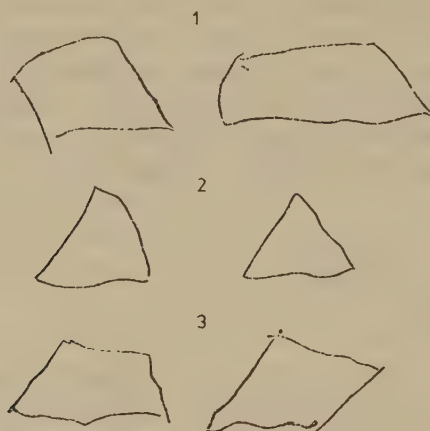


Abb. 4.3: (Andreas, 4;1) Verbesserung bei Wiederholung des Zeichenversuchs
1: Trapez; 2: gleichseitiges Dreieck;
3: Parallelogramm

A. erhielt jedoch keinen Hinweis auf Fehler. Beim Trapez und Parallelogramm zeigte sich eine deutliche Verbesserung in der Berücksichtigung der formbestimmenden Qualitäten. Besonders auffallend war das Verhalten A.s beim Parallelogramm: Bei der Wiederholung begann er mit den Parallelen, die er im ersten Versuch nicht richtig wiedergegeben hatte.

Auch hier zeigt sich also das Bemühen der Kinder, beim Zeichnen wahrgenommene Einzelheiten in eine adäquate zeichnerische Handlung umzusetzen.

Die Gelegenheit zur Wiederholung eines Zeichenver-

suchs wird als wesentliches Element in die nachfolgende Untersuchung eingebracht.

Da sich so deutlich zeigt, daß die zeichnerische Reproduktion ebener geometrischer Figuren nicht alleiniger Maßstab für den Nachweis geometrischer Vorstellungen von Kindern sein kann, liegt es nahe, sich nach Aktivitäten umzusehen, in denen Kinder mit Hilfe anderer Medien Erfahrungen mit geometrischen Begriffen sammeln können und auch Möglichkeiten haben, ihre Erfahrungen handelnd zu vermitteln.

Um Hinweise über die Möglichkeiten zu verschiedenen geometrischen Aktivitäten und den Einfluß verschiedener Darstellungsmedien zu erhalten, wurden über einen Zeitraum von 4 Wochen in einer Gruppe von 10 - 12 Kindergartenkindern im Alter von 4;8 bis 6;1 Jahren täglich Spiele mit geometrischen Inhalten durchgeführt. Die verschiedenen Medien sprachen dabei unterschiedliche Wahrnehmungsebenen bei den Kindern an.

Die Phasen organisierter Aktivitäten betrugten bis zu zwanzig Minuten (höchstens). Während dieser Phasen wurde das Schwergewicht darauf gelegt, daß die Kinder die notwendigen Handlungen korrekt durchführten, eine exakte Verbalisierung wurde nicht gefordert.

Im Einzelnen wurden zunächst zeichnerische Aktivitäten durchgeführt, nach dem Vorbild der Arbeitsblätter aus den Untersuchungen von H. FREUND und P. SORGER.

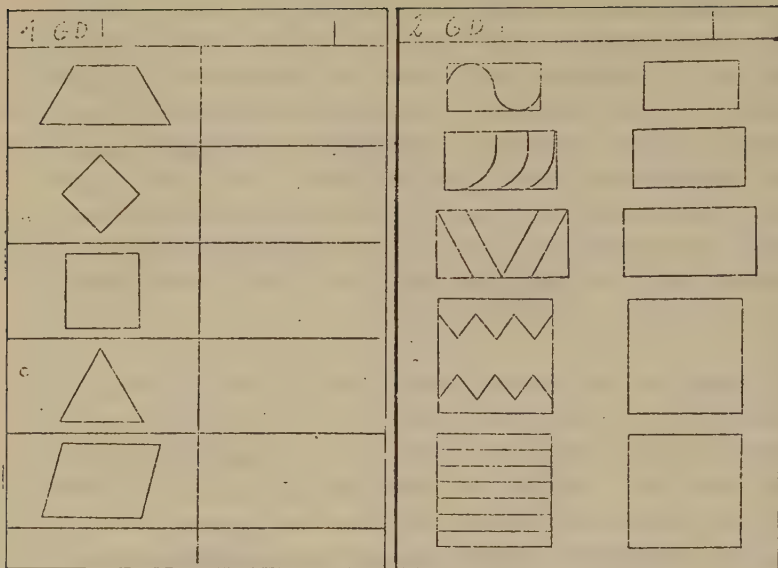


Abb. 4.4: Arbeitsblätter zum Geometrischen Differenzieren nach FREUND und SORGER, überarbeitete Fassung 1976¹

Diese Zeichnungen lieferten Anhaltspunkte zum Vergleich mit den vorliegenden Ergebnissen zu den Reproduktionsleistungen von Erstkläßlern.

Danach folgten Aktivitäten in verschiedenen Medien; zunächst die Erfahrung geometrischer Formen in Bewegungen: Die Kinder tauschten ihre Erfahrungen beim Abschreiten auf den Boden gezeichneter Figuren wie Quadrat, Dreieck und Parallelogramm und Trapez aus. Vor allem wurden dabei auch Hinweise auf unterschiedliche Blickwinkel zum Ausdruck gebracht.

Die Kinder erfuhren durch ihre eigenen Bewegungen, an denen der ganze Körper beteiligt war, spezifische eukli-

1) In dieser Fassung wurden die Arbeitsblätter in einer Nachuntersuchung im Rahmen eines Schulpraktikums für Studenten an der PH Münster von H. KOOPS, P. SORGER und M. WINTER eingesetzt.

disch-metrische Merkmale der Figuren; sie erkannten Vierecke mit "schrägen" Seiten, unterschieden kurze und lange Seiten und bemerkten Besonderheiten, die die einzelne Figur charakterisierten, z.B. die Längenverhältnisse der Seiten am Trapez.

Ebenfalls auf der Ebene taktiler und visueller Wahrnehmung lagen die Erfahrungen aus Legespielen mit dem Material PLANOGON,¹ das aus einer Auswahl geometrischer Figuren besteht.² Das Legen von 'Schlangen' und Mustern nach vorgegebenen Bedingungen unter Beschränkung auf bestimmte ausgewählte Teilmengen des Materials sollte die Aufmerksamkeit der Kinder auf spezifische Einzelheiten der Figuren lenken.

Die Verwendung motivierender Vorlagen zum Auslegen mit Figuren ('Hampelmann', 'Schiff' etc.) verstärkte darüberhinaus die Bereitschaft der Kinder zu ausdauernder, konzentrierter Mitarbeit.

Ein Legespiel, bei dem Kärtchen mit Abbildungen geometrischer Figuren reihum auf geeignete Vorlagen bzw. zu passenden Kärtchen abgelegt werden konnten, betonte stärker den Aspekt der visuellen Diskriminierung der geometrischen Formen.

Für die Ebene aktiver Reproduktion geometrischer Figuren durch Zeichnung wurde von Zeichenfiguren ausgegangen, die mit Zeichenstiften umfahren wurden (als Material wurden dafür geometrische Figuren aus dem Montessori-Material herangezogen). Auf diese Weise konnten die Kinder den motorischen Vorgang der zeichnerischen Reproduktion erfahren.

Erst danach wurden Aktivitätsformen eingesetzt, in denen die Kinder ohne Hilfsmittel in freier Zeichnung geometrische Figuren, auch eingebunden in gegenständliche

1) erschienen bei Herder, Freiburg

2) Vgl. auch NEUNZIG 1972

Darstellungen, reproduzierten. Eine erste Aufgabe bestand dabei im Zeichnen eines Hauses in einer Form, die von den Kindern gewählt werden konnte. Eingekleidet in den Rahmen eines Suchspiels wurden von den Kindern geometrische Figuren sowie aus geometrischen Grundelementen zusammengestellte gegenständliche Darstellungen aus dem Gedächtnis nachgezeichnet.

Für die gleichen Aufgabenstellungen wie beim Zeichnen ohne Hilfsmittel wurde auch eine Technik eingesetzt, bei der die Begrenzungslinien der zu reproduzierenden Darstellungen mit Holzstäbchen von 2mm Durchmesser und unterschiedlicher Länge durch Aufkleben wiedergegeben wurden.¹

Die Aktivitäten, die sich über einen Zeitraum von drei Wochen erstreckten, wurden durch die Wiederholung der zeichnerischen Reproduktionsaufgaben abgeschlossen, die den Kindern auch zu Beginn gestellt worden waren.

Die Erfahrungen aus diesen verschiedenartigen Übungen mit den Kindern zeigten eine starke Bereitschaft bei den Kindergartenkindern zur Beschäftigung mit geometrischen Formen, wenngleich sie durch die gehäufte Konfrontation mit abstraktem Material sehr gefordert waren. Diese Häufung organisierter Aktivitäten war jedoch nicht für die "normale" Arbeit im Kindergarten gedacht, sondern ist vielmehr als Suche nach Information über die Leistungsfähigkeit der Kinder auf dem Gebiet räumlich-geometrischer Beziehungen sowie als Ausgangspunkt zur Entwicklung von Möglichkeiten zu Arbeitsformen mit geometrischen Aspekten in verschiedenen Medien zu verstehen.

1) Es handelte sich dabei um runde Stäbchen, deren Verarbeitung für die Kinder einige technische Schwierigkeiten mit sich brachte. Aufgrund dieser Erfahrungen wurden in der folgenden Untersuchung Stäbchen mit quadratischem Querschnitt, hergestellt aus Ausgangsmaterial für Zündhölzer, als Arbeitsmittel zugrundegelegt.

Bei den verschiedenen Aktivitäten wurde deutlich, daß die Kinder euklidische und metrische Eigenschaften erfaßten. So zeigte sich in den Bewegungsaktivitäten, daß die Kinder das Quadrat in verschiedenen Lagen erkannten, da sie an den Ecken dieselben Wendungen durchführen mußten; sie erkannten auch den Unterschied zwischen einem Parallelogramm und seinem Spiegelbild, sowie den Unterschied zum Trapez - dieses vor allem in den Lege-
spielen zur visuellen Diskrimination.

Im Rahmen dieser Voruntersuchung konnten Ergebnisse über den Einfluß der geometrischen Aktivitäten auf Reproduktionsversuche noch nicht gewonnen werden; die Einflüsse schienen unterschiedlich zu sein. Allerdings gab es einige Hinweise. So fiel bei einem retardierten Kind S. (6;0) eine starke Entwicklung auf, die sich in einer qualitativen Verbesserung vor allem der zeichnerischen Reproduktionen darstellte. In Abb. 4.5 wird die besonders deutliche Entwicklung am Beispiel des gleichseitigen Dreiecks dargestellt. Die abgebildeten Reproduktionen entstanden in der angegebenen Reihenfolge in einem Zeitraum von zehn Tagen.

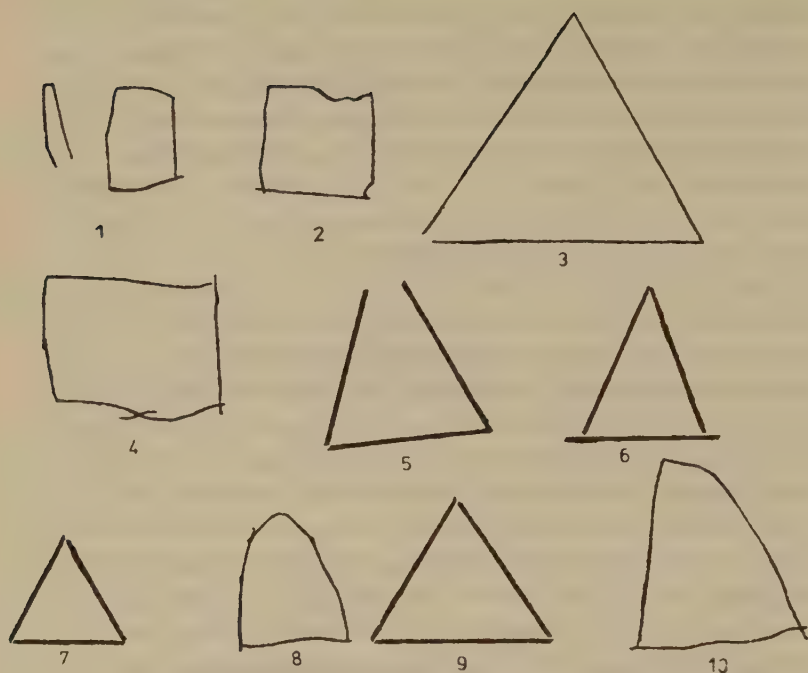


Abb. 4.5: (Silke, 6;0) Entwicklung der Reproduktion des Dreiecks:
 1 u. 2: freie Zeichnung; 3: Zeichnung mit Schablone; 4: freie Zeichnung; 5, 6 u. 7: Aufkleben mit Stäbchen; 8: freie Zeichnung; 9: Aufkleben mit Stäbchen, aus dem Gedächtnis; 10: freie Zeichnung, aus dem Gedächtnis

Aus diesem Beispiel kann man zwar noch keine Schlüsse ziehen, welchen Einfluß die verschiedenen Aktivitäten gehabt haben, es zeigt sich jedoch, daß hier eine Entwicklung stattgefunden hat, in der das Kind allmählich von einer unzulänglichen Darstellung zu einer als Dreieck deutlich erkennbaren Abbildung gelangt. Abgesehen von der Zeichnung mit Hilfe einer Schablone ist offenbar die Darstellung mit Hilfe aufgeklebter Holzstäbchen das erste Medium, mit dem S. ihre wahrgenommenen Informationen adäquat wiedergeben konnte.

4.3 Zielsetzungen der Untersuchung

Ziel meiner Untersuchung soll nun sein zu analysieren, in welchem Maße Kinder in unterschiedlichen Aktivitäten in der Lage sind, geometrische Eigenschaften aufzunehmen und in der Aufgabenstellung visueller Diskrimination sowie in Reproduktionsaufgaben zu berücksichtigen. Die Untersuchung stellt einen ersten Versuch dar, die Abhängigkeit zwischen unterschiedlichen Bedingungen geometrischer Aktivitäten zu erkunden. Der Umfang der Untersuchung läßt dabei jedoch zunächst nur einige Informationen über einzelne Aspekte zu, die keine allgemeinen Schlüsse für alle denkbaren Medien ermöglichen. Auf einem schmalen Sektor soll jedoch eine aktivitäts- und inhaltsbezogene Deutung geometrischer Leistungen als Verarbeitung wahrgenommener Informationen, hier aus dem Bereich visuell wahrgenommener Informationen gegeben werden. Wenn die Ergebnisse auch nur Schlüsse in einem engen Bereich erlauben, so werden sie jedoch curriculare Hinweise für ein weites Gebiet geometrischer Aktivitäten liefern.

Die im Anschluß an die erläuterten Vorerfahrungen durchgeführte Untersuchung verfolgt einen eng begrenzten Fragenkomplex, eingeschränkt auf vier geometrische Formen: Quadrat in Normallage, auf die Spitze gestelltes Quadrat, symmetrisches Trapez und Parallelogramm. Durch die Auswahl von vier zu differenzierenden Vierecken ist anzunehmen, daß man aus den Leistungen der Kinder Informationen über die unterschiedliche Beachtung der formbestimmenden Qualitäten der Figur gewinnt. Es sind aber euklidisch-metrische Eigenschaften, die die Form einer geometrischen Figur bestimmen, insbesondere die Winkel sowie das Verhältnis der Seitenlängen. Mit diesen Eigenschaften ist eine ähnliche Figur bestimmt, die die gleichen Formqualitäten besitzt wie die Ausgangsfigur. Tritt als metrische Eigenschaft noch die korrekte

Wiedergabe der Größe hinzu, so ist die Kongruenz der Reproduktion mit der vorgelegten Figur gesichert.

Um Vergleichsmöglichkeiten zwischen den einzelnen Figuren zu erhalten und gleichzeitig die Auswertungsarbeit zu erleichtern, wurden das Trapez und das Parallelogramm in der Vorlage so gestaltet, daß als Innenwinkel nur die Winkel 60° und 120° auftauchen. Für Reproduktions- bzw. Differenzierungsaufgaben werden ähnliche - d.h. in den Winkeln und in Seitenverhältnissen übereinstimmende - Figuren ausgewählt.

Die Untersuchung soll als Beitrag für didaktische Überlegungen zur mathematischen Früherziehung auch im Bereich der Entwicklung geometrischer Begriffe dienen. Damit werden Kinder in vorschulischen Einrichtungen einschließlich Schulkindergärten sowie Schüler der ersten Klasse der Grundschule angesprochen, mithin ein Altersbereich von etwa 5 - 7 Jahren.

Die Untersuchung konzentriert sich daher auf Versuchspersonen dieses Altersbereichs; die Versuchsgruppen werden gebildet aus drei Gruppen von Kindern eines Kindergartens, zwei Schulkindergartengruppen und zwei Klassen der ersten Jahrgangsstufe aus zwei Grundschulen.

Der Schwerpunkt liegt dabei auf den Kindergarten- und Schulkindergartengruppen, während die Grundschulklassen lediglich als Vergleich dienen, insbesondere auch als Vergleich zu den vorherigen Untersuchungen in ersten Schuljahren. Mit den Versuchspersonen des Kindergartens und des Schulkindergartens wurde in Gruppen zu 4 bis 6 Kindern gearbeitet, während die Aufgabenstellungen in den Grundschulklassen im Klassenverband durchgeführt wurden. Nähere Einzelheiten über die Durchführung erfolgen an entsprechender Stelle.

In der Untersuchung werden im Einzelnen nachstehende Fragestellungen verfolgt.

A. Inwieweit sind die Kinder in der Lage, vorgelegte Figuren von anderen, davon abweichenden, zu unterscheiden? (Visuelle Diskriminationsfähigkeit)

Da die Kinder in der Regel ihre Fehlleistungen erkennen, ist anzunehmen, daß sie in der Lage sind, die vorgelegten geometrischen Figuren von anderen zu unterscheiden. Es ist aber nicht auszuschließen, daß die Kinder gewisse Abweichungen noch als zulässig akzeptieren. Die Beantwortung dieser Frage für das Kind könnte Hinweise auf den Anspruchsgrad geben, den es an seine eigene Reproduktionsleistung legt. Mit den Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination soll jedoch nur festgestellt werden, ob bei den Kindern eine hinreichende Diskriminationsfähigkeit vorhanden ist.

In engem Zusammenhang mit dieser Frage steht die folgende:

B. Welche Abweichungen von einer Vorlage werden von den Kindern am ehesten akzeptiert?

Gibt man Kindern Vorlagen, aus denen die richtige Darstellung gemäß einem vorgegebenen Muster auszuwählen ist, um festzustellen, ob die Kinder die richtige Figur erkennen können, so ist nicht ohne weiteres damit zu rechnen, daß man Informationen darüber erhält, welche der geometrischen Eigenschaften einer Figur die Kinder bevorzugt beachten. Daher erscheint es sinnvoll, die Kinder aus einer Reihe von abweichenden Darstellungen diejenigen auswählen zu lassen, die ihnen am meisten zusagen.

Auf diese Weise sind Hinweise darauf zu erwarten, welche geometrischen Eigenschaften einer Figur von den Kindern unbedingt für eine geeignete Wiedergabe verlangt werden.

Wiedergabe der Größe hinzu, so ist die Kongruenz der Reproduktion mit der vorgelegten Figur gesichert.

Um Vergleichsmöglichkeiten zwischen den einzelnen Figuren zu erhalten und gleichzeitig die Auswertungsarbeit zu erleichtern, wurden das Trapez und das Parallelogramm in der Vorlage so gestaltet, daß als Innenwinkel nur die Winkel 60° und 120° auftauchen. Für Reproduktions- bzw. Differenzierungsaufgaben werden ähnliche - d.h. in den Winkeln und in Seitenverhältnissen übereinstimmende - Figuren ausgewählt.

Die Untersuchung soll als Beitrag für didaktische Überlegungen zur mathematischen Früherziehung auch im Bereich der Entwicklung geometrischer Begriffe dienen. Damit werden Kinder in vorschulischen Einrichtungen einschließlich Schulkindergärten sowie Schüler der ersten Klasse der Grundschule angesprochen, mithin ein Altersbereich von etwa 5 - 7 Jahren.

Die Untersuchung konzentriert sich daher auf Versuchspersonen dieses Altersbereichs; die Versuchsgruppen werden gebildet aus drei Gruppen von Kindern eines Kindergartens, zwei Schulkindergartengruppen und zwei Klassen der ersten Jahrgangsstufe aus zwei Grundschulen.

Der Schwerpunkt liegt dabei auf den Kindergarten- und Schulkindergartengruppen, während die Grundschulklassen lediglich als Vergleich dienen, insbesondere auch als Vergleich zu den vorherigen Untersuchungen in ersten Schuljahren. Mit den Versuchspersonen des Kindergartens und des Schulkindergartens wurde in Gruppen zu 4 bis 6 Kindern gearbeitet, während die Aufgabenstellungen in den Grundschulklassen im Klassenverband durchgeführt wurden. Nähere Einzelheiten über die Durchführung erfolgen an entsprechender Stelle.

In der Untersuchung werden im Einzelnen nachstehende Fragestellungen verfolgt.

- A. Inwieweit sind die Kinder in der Lage, vorgelegte Figuren von anderen, davon abweichenden, zu unterscheiden? (Visuelle Diskriminationsfähigkeit)

Da die Kinder in der Regel ihre Fehlleistungen erkennen, ist anzunehmen, daß sie in der Lage sind, die vorgelegten geometrischen Figuren von anderen zu unterscheiden. Es ist aber nicht auszuschließen, daß die Kinder gewisse Abweichungen noch als zulässig akzeptieren. Die Beantwortung dieser Frage für das Kind könnte Hinweise auf den Anspruchsgrad geben, den es an seine eigene Reproduktionsleistung legt. Mit den Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination soll jedoch nur festgestellt werden, ob bei den Kindern eine hinreichende Diskriminationsfähigkeit vorhanden ist.

In engem Zusammenhang mit dieser Frage steht die folgende:

- B. Welche Abweichungen von einer Vorlage werden von den Kindern am ehesten akzeptiert?

Gibt man Kindern Vorlagen, aus denen die richtige Darstellung gemäß einem vorgegebenen Muster auszuwählen ist, um festzustellen, ob die Kinder die richtige Figur erkennen können, so ist nicht ohne weiteres damit zu rechnen, daß man Informationen darüber erhält, welche der geometrischen Eigenschaften einer Figur die Kinder bevorzugt beachten. Daher erscheint es sinnvoll, die Kinder aus einer Reihe von abweichenden Darstellungen diejenigen auswählen zu lassen, die ihnen am meisten zusagen.

Auf diese Weise sind Hinweise darauf zu erwarten, welche geometrischen Eigenschaften einer Figur von den Kindern unbedingt für eine geeignete Wiedergabe verlangt werden.

der Konzentration nach. Da der Anspruchsgrad der Kinder an ihre Reproduktionsleistung unterschiedlich ist, ist nur schwer zu entscheiden, ob ein Kind mit dem Bemühen, die Reproduktion zu verbessern, in den zweiten Versuch geht.

E. In welchem Maß werden euklidisch-metrische Relationen von den Versuchspersonen beim Nachkleben der Figuren mit Holzstäbchen wiedergegeben?

Da die Erfahrungen mit dem Nachzeichnen von Figuren zeigen, daß Kinder z.T. sehr unterschiedliche motorische Schwierigkeiten bei der Reproduktion geometrischer Formen haben, soll dieser Teil der Untersuchung erweisen, inwieweit das Nachkleben mit Hölzchen für die Kinder ein adäquates Darstellungsmedium ist, um erkannte geometrische Einzelheiten zu reproduzieren. Dafür stehen den Kindern Hölzchen verschiedener Längen zur Verfügung, die sie zur Reproduktion der Figuren aufkleben können. Es handelt sich um kleine Holzstäbchen mit quadratischem Querschnitt (Kante: 2 mm).

Die Ergebnisse sollen einen Vergleich mit den Ergebnissen beim Nachzeichnen ermöglichen, daher werden vergleichbare Kriterien bei der Auswertung angewandt.

F. Verändert sich bei der Stäbchentechnik bei den Kindern die Qualität der Wiedergabe euklidisch-metrischer Eigenschaften?

Die Vorerfahrungen zeigen zwar, daß das Aufkleben von Holzstäbchen oberflächlich gesehen mehr Mühe macht, da die Technik des Klebens für die Kinder mit Schwierigkeiten verbunden ist. Abgesehen davon aber zeigen sich Vorteile dieses Darstellungsmediums einmal in der Tatsache, daß die Kinder nicht gezwungen sind, mit den motorischen Schwierigkeiten, eine gerade Linie, noch

dazu in einer ganz bestimmten Lage, zeichnen zu müssen, sondern nur noch die Aufgabe haben, die mit dem Holzstäbchen gegebene 'Gerade' in die richtige Lage zu bringen. Es bleibt dabei natürlich die Aufgabe, die richtige Länge auszuwählen.

Ein zweiter Vorteil liegt in der - wenn auch begrenzten - Korrekturmöglichkeit. Die Kinder können beim Nachkleben eine entstehende Figur noch auf dem Blatt korrigieren und so leichter als beim Nachzeichnen extreme Fehlleistungen bereits bei der Entstehung vermeiden.

G. Wie unterscheiden sich die Ergebnisse bei Kindern im Kindergarten sowie im Schulkindergarten und im 1. Schuljahr?

Die Ergebnisse werden die Frage nach curricularen Konsequenzen aufwerfen. Dabei ist es interessant zu wissen, wie weit sich ohne eine besondere Förderung die Ergebnisse bei Kindergartenkindern und den durchschnittlich 1 - 1 1/2 Jahre älteren Schulkindergarten- und Grundschulkindern unterscheiden.

Dabei stellt sich auch die Frage, ob sich bei Kindern aus dem Schulkindergarten auf dem Gebiet der Entwicklung geometrischer Vorstellungen ebenfalls ihre besondere Situation als schulpflichtige aber nicht schulfähige Kinder herausstellt.

Bei diesen Fragen sind Antworten darüber zu erhoffen, wie weit euklidisch-metrische Relationen handelnd von den Kindern erfaßt werden und ob es Abhängigkeiten gibt, die die Darstellungsmedien betreffen, in denen die Kinder ihre Leistungen von Reproduktion oder Differenzierung geometrischer Eigenschaften zum Ausdruck bringen sollen.

4.4 Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination

Die Arbeit mit Modellen geometrischer Figuren bei Kindergartenkindern zeigt deutlich deren Fähigkeit der Formdiskrimination.

In der Unterscheidung der Grundformen (etwa Kreis - Dreieck - Quadrat) sind die Kinder recht sicher - sonst wäre etwa eine Arbeit mit logischen Blöcken im Kindergartenalter nicht möglich.

Arbeitsblätter, auf denen die vorgelegten Formen nicht manipuliert werden können, stellen jedoch eine besondere Anforderung dar, noch dazu, wenn es nicht einfach um die Unterscheidung verschiedener Grundformen geht, sondern um das Erkennen mehr oder weniger starker Abweichungen von einer vorgegebenen Musterfigur.

Auf jedem Arbeitsblatt eines ersten Typs A (in der Grösse DIN A 4) befindet sich im oberen Viertel eine Figur, durch einen Querstrich von den übrigen dargestellten Figuren abgetrennt. Diese Figur gilt als Muster (Testinstruktion s. später). Unter dem Querstrich sind in 3 Reihen je 3 weitere Figuren (insgesamt 9) dargestellt, von denen 6 mit dem Muster übereinstimmen; 3 von ihnen befinden sich allerdings in einer anderen Lage. 3 Figuren schließlich weichen von ihren euklidisch-metrischen Eigenschaften von der Vorlage ab.

Die Kinder sollen nun diejenigen Figuren kennzeichnen, die genauso aussehen wie die Vorlage.

Zur Bewertung der Ergebnisse

Schon wegen der durch das Arbeitsblatt gegebenen Fixierung der Lage muß man davon ausgehen, daß die Kinder Figuren, die in ihrer Lage von dem vorgegebenen Muster

verschieden sind, als davon unterschiedliche Figuren betrachten, zumal auch von der Instruktion her nicht auf die mögliche veränderte Lage einer korrekten Figur hingewiesen wird.¹ Die Kennzeichnung der drei auch in der Lage mit dem Muster übereinstimmenden Figuren muß daher als vollständig richtige Lösung betrachtet werden. Die Kennzeichnung korrekter, aber lageverschiebener Figuren bietet darüber hinaus eine Zusatzinformation über die Fähigkeit der Kinder, sich dargestellte Figuren in verschiedenen Lagen vorstellen zu können und über ihre Bereitschaft, diese spontan mit der Vorlage zu identifizieren. Die fehlerhaften Darstellungen sind so angelegt, daß sie in idealisierter Form bestimmte Fehlertypen wiedergeben, wie sie bei den Zeichnungen von Kindern im ersten Schuljahr und im Kindergarten aufgetreten sind. Allerdings sind die Abweichungen z.T. sehr gering, wie die folgenden Beschreibungen zeigen.

Die einzelnen Zeichnungen und ihre Distraktoren

a) Quadrat in "Normallage"

Die Vorlage und die korrekten Quadrate sind mit einer Schablone von 4 x 4 cm gezeichnet (s. Abb. 4.7).

Die drei lageveränderten Quadrate sind 22,5° nach links bzw. rechts, sowie einmal um 45° gedreht - das letztere stellt damit das auf die Spitze gestellte Quadrat dar.

1) Man könnte in anderem Zusammenhang als besondere Aufgabe ansehen, die Fähigkeit zu schulen, Figuren in veränderter Lage wiederzuerkennen.

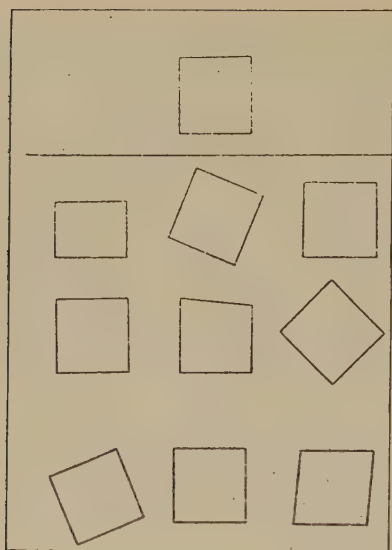


Abb. 4.7: Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination
Typ A: Quadrat in Normallage (Q 1)

Die Distraktoren

Erster Distraktor ist ein nichtquadratisches Rechteck. Die Grundseite stimmt mit dem Ausgangsquadrat überein, die Höhe beträgt allerdings nur 3 cm.

Zweiter Distraktor ist ein Viereck, dessen Grundseite und linke Seite mit dem Quadrat übereinstimmen. Ferner bilden linke Seite und rechte Seite beide mit der Grundseite einen rechten Winkel. Die rechte Seite beträgt jedoch nur 3,5 cm, so daß die obere Seite nicht parallel zur Grundseite verläuft.

Der dritte Distraktor schließlich wird durch einen Rhombus gebildet, dessen Grundseite mit dem Quadrat übereinstimmt. Die Winkel zu der linken und rechten Seite zur Grundseite betragen jedoch 85° bzw. 95° .

b) Quadrat auf der Spitze

Die korrekten Figuren stimmen mit dem Quadrat des vorigen Blattes überein, die Lageveränderungen sind in analoger Weise vorgenommen, so daß bei der 45° -Drehung ein Quadrat in Normallage vorliegt (s. Abb. 4.8).

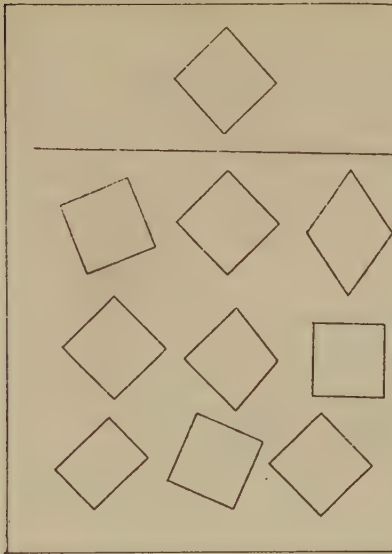


Abb. 4.8: Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination
Typ A: Quadrat auf der Spitze (Q 2)

Die Distraktoren

Erster Distraktor ist ein Rhombus, dessen Lage dem des auf die Spitze gestellten Quadrats entspricht, allerdings mit einem Winkel von 70° an der unteren Spitze. Zweiter Distraktor ist ein Drachenviereck, dessen linke Hälfte mit dem durch die Diagonale geteilten Quadrat übereinstimmt. Die rechte Hälfte wird mit einem Winkel von 110° gebildet.

Dritter Distraktor ist ein nichtquadratisches Rechteck, konstruiert wie oben, allerdings um 45° gedreht, so daß es auf der linken unteren Ecke steht.

c) Das Trapez

Das Trapez ist gezeichnet mit einer Schablone mit der Grundseite 4 cm, die übrigen Seiten betragen jeweils 2 cm (s. Abb. 4.9).

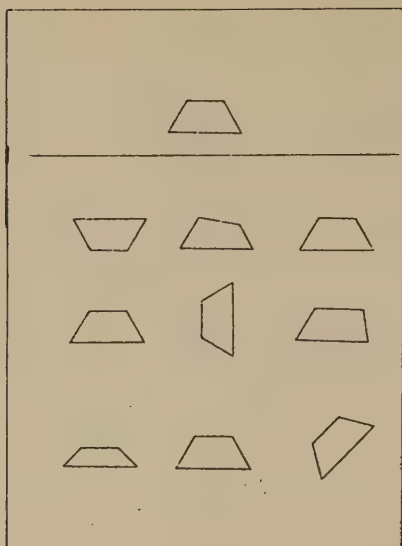


Abb. 4.9: Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination
Typ A: Trapez

Die veränderten Lagen zeigen das Trapez um 180° , 90° und 45° gedreht.

Die Distraktoren

Der erste Distraktor verletzt die Parallelität der gegenüberliegenden Seiten (oben und unten). Die rechte Seite des Trapezes ist auf 1,5 cm verkürzt.

Der zweite Distraktor verletzt die Symmetrie des Trapezes. Während die linke Seite einen Winkel von etwa 60° mit der Grundseite bildet, entsteht rechts ein Winkel von 80° . Entsprechend sind die Seitenlängen verändert. Der dritte Distraktor wird durch ein Trapez dargestellt, das flacher aussieht: Die Innenwinkel betragen unten nur noch etwa 40° .

d) Das Parallelogramm

Das Parallelogramm hat die Grundseite 4 cm, die linke und rechte Seite betragen 2,7 cm. Der Innenwinkel links unten (s. Abb. 4.10) beträgt 60° .

Das Parallelogramm ist ferner um 30° , 90° und 120° gedreht dargestellt.

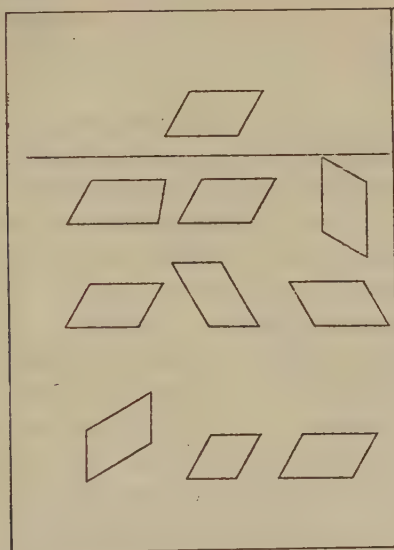


Abb. 4.10: Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination
Typ A: Parallelogramm

Die Distraktoren

Der erste Distraktor verletzt die Parallelität der linken und rechten Seite. Die rechte Seite bildet mit der Grundseite einen Außenwinkel von 80° .

Der zweite Distraktor stellt ein Parallelogramm dar, daß spiegelkongruent zum Muster ist. Der dritte Distraktor ist ein Rhombus mit den Winkeln des Parallelogramms. Die Grundseite des Parallelogramms ist auf die Länge der linken und rechten Seite verkürzt.

Während die Arbeitsblätter des Typs A zur Erhebung des geometrischen Differenzierungsvermögens in erster Linie dazu dienen festzustellen, inwieweit die Kinder geometrische Formen korrekt differenzieren, stellen die folgenden Arbeitsblätter des Typs B den Versuch dar, mit Hilfe einer Reihe von abweichenden Zeichnungen zu ermitteln, welche euklidisch-metrischen Eigenschaften einer Figur von den Kindern besonders beachtet und was für Abweichungen noch akzeptiert werden.

Da es sich hier nur um eine Ergänzung zu den vorangehenden Blättern handeln sollte, wurden nur die drei Figuren Quadrat auf der Spitze, symmetrisches Trapez, Parallelogramm in Betracht gezogen, da man aufgrund der Vorerfahrungen vermuten konnte, daß sich bei der Differenzierung des Quadrats in Normallage wenig neue Informationen ergeben würden.¹

Der Aufbau der Arbeitsblätter entspricht dem Aufbau der soeben beschriebenen: Im oberen Viertel des Blattes ist die Vorlage dargestellt; unter einem Trennungsstrich folgen drei Reihen mit je drei Abbildungen.

Im Unterschied zu den vorherigen Blättern gibt es jedoch auf keinem der Blätter eine Darstellung, die zur Vorlage kongruent ist und gleichzeitig in derselben Lage dargestellt ist. Jede der dargestellten Figuren weicht mindestens in irgendeiner euklidisch-metrischen Eigenschaft von der Vorlage ab, oder die Figur befindet sich in einer veränderten Lage.

Die Auswahl der Figuren durch die Kinder wird Bevorzugungen und Ablehnungen einzelner Figuren erbringen und damit Hinweise auf die Berücksichtigung geometrischer Eigenschaften geben, allerdings nicht bezogen auf das einzelne Kind, als vielmehr in der statistischen Aussage bezüglich der Gruppen der teilnehmenden Versuchspersonen.

1) Aus der Kenntnis der Ergebnisse heraus würde sich nachträglich auch ein entsprechendes Arbeitsblatt für das Quadrat empfehlen; es könnten sich noch interessante Vergleichspunkte zu den übrigen Figuren ergeben.

a) Quadrat auf der Spitze

Als Vorlage dient ein auf die Spitze gestelltes Quadrat der Kantenlänge 4 cm (vgl. Abb. 4.11).

Der Reihe nach sind folgende Figuren zur Auswahl angeboten:

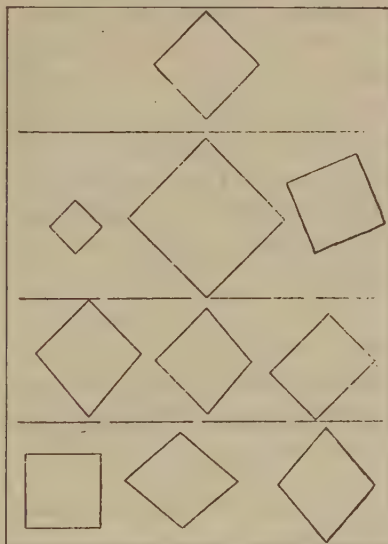


Abb. 4.11: Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination
Typ B: Quadrat auf der Spitze

- ein Quadrat auf der Spitze; Seitenlänge 2 cm,
- ein Quadrat auf der Spitze; Seitenlänge 6 cm; bei a) und b) handelt es sich also um ähnliche Figuren in derselben Lage,
- ein Quadrat der Seitenlänge 5 cm, allerdings um $22,5^\circ$ aus der Normallage nach links gedreht; damit nimmt es eine Zwischenstellung zwischen der Vorlage und einem Quadrat in Normallage ein,
- ein Drachen mit der Vertikalen als Symmetrieachse; an der oberen Spitze ein rechter Winkel, obere Seiten je 4 cm; die unteren Seiten betragen je 4,5 cm und bilden an der unteren Spitze einen Winkel von etwa 80° ;

die beiden gegenüberliegenden Winkel links und rechts betragen jeweils etwa 95° , zeigen also eine Abweichung von etwa 5° vom rechten Winkel,

- ein Drachen mit der Horizontalen als Symmetrieachse, die linke Spitze bildet einen rechten Winkel, die gegenüberliegende Spitze einen Winkel von ca. 100° , die übrigen Winkel (oben und unten) betragen jeweils etwa 85° . Die beiden linken Seiten betragen jeweils 4 cm, die beiden rechten Seiten jeweils 3,7 cm,
- ein um 45° aus der Normallage gedrehtes Rechteck, die Seitenlängen betragen 3,5 cm bzw. 4,5 cm,
- ein Quadrat in Normallage; Seitenlänge 4 cm,
- ein Rhombus mit der Seitenlänge 4 cm; die Winkel betragen oben und unten je 80° , links und rechts je 100° ,
- ein Rhombus mit der Seitenlänge 4 cm; die Winkel betragen oben und unten je 100° , links und rechts je 80° ; es handelt sich also um die gleiche Figur wie oben, lediglich um 90° gedreht.

b) Trapez

Die Vorlage besteht wieder aus einem Trapez im oberen Viertel des Blattes. Mit den Seiten der Länge 4 cm, 2 cm, 2 cm, 2 cm wird ein symmetrisches Trapez gebildet mit Winkeln zur Grundseite von jeweils etwa 60° , zur oberen Seite von ca. 120° .

Der Auswahl dienen folgende Figuren (vgl. Abb. 4.12):

- ein zur Vorlage ähnliches Trapez mit den Seitenlängen 3 cm, 1,5 cm, 1,5 cm,
- ein Trapez mit den Seitenlängen 4 cm, 2 cm, 3,4 cm, 2 cm; hier werden zur Grundseite Winkel von ca. 78° , zur oberen Seite von ca. 102° gebildet,
- ein zur Vorlage ähnliches Trapez mit den Seitenlängen 5 cm, 2,5 cm, 2,5 cm, 2,5 cm,

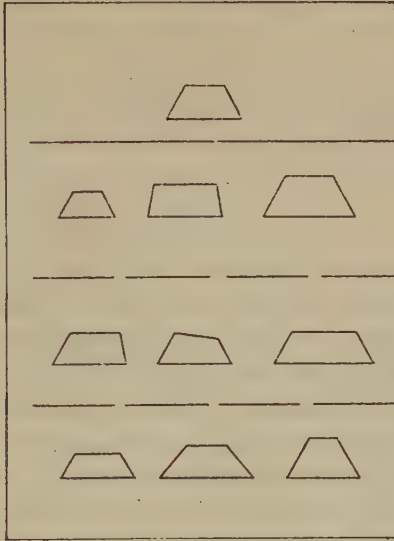


Abb. 4.12: Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination
Typ B: Trapez

- ein nichtsymmetrisches Trapez mit den Seitenlängen 4 cm, 2 cm, 2,7 cm, 1,7 cm; an der Grundseite Winkel von ca. 60° bzw. ca. 79° , entsprechend an der oberen Seite von ca. 120° bzw. 101° ,
- ein Viereck, bei dem die obere Seite zur unteren eine Neigung von ca. 10° aufweist, damit ist also die Parallelität der oberen und unteren Seite verletzt; die Seitenlängen betragen 4 cm, 2 cm, 2,3 cm, 1,5 cm; die Winkel zur Grundseite betragen jeweils ca. 60° , zur oberen Seite 110° bzw. 130° ,
- ein Trapez mit zur Vorlage übereinstimmenden Winkeln; die Seitenlängen betragen jedoch 5,5 cm, 2 cm, 3,5 cm, 2 cm; das Trapez ist 'zu lang',
- ein Trapez mit zur Vorlage übereinstimmenden Winkeln; die Seitenlängen betragen 4 cm, 1,5 cm, 2,5 cm, 1,5 cm; das Trapez ist 'zu niedrig',

- ein symmetrisches Trapez mit 'zu flachen' Winkeln:
je 50° zur Grundseite, je 130° zur oberen Seite; die
Seitenlängen betragen 5 cm, 2,3 cm, 2,2 cm, 2,3 cm,
- ein Trapez mit zur Vorlage übereinstimmenden Winkeln;
die Seitenlängen betragen 4 cm, 2,5 cm, 2 cm, 2,5 cm;
das Trapez ist 'zu hoch',

c) Parallelogramm

Als Vorlage diente ein Parallelogramm mit den Seitenlängen von ca. 4 cm, 2,7 cm, 4 cm, 2,7 cm. Die entsprechenden Winkel haben die Größen 60° bzw. 120° , wobei das Parallelogramm also eine Neigung nach rechts aufweist. Unter den zur Auswahl stehenden Figuren wurde bewußt auf Figuren verzichtet, die durch eine Spiegelung aus einem nach rechts geneigten Parallelogramm hervorgehen. Einflüsse der Rechts-Links-Vertauschung stellen ein besonderes Problem dar, das sich bereits in den ersten Arbeitsblättern zur Differenzierung niederschlägt.

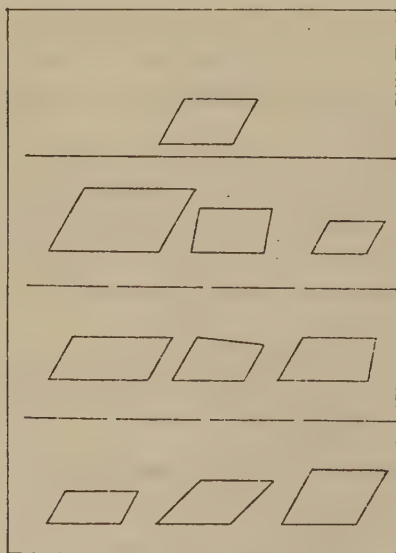


Abb. 4.13: Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination
Typ B: Parallelogramm

Zur Auswahl dienen folgende Figuren (vgl. Abb. 4.13):

- ein zur Vorlage ähnliches Parallelogramm mit den Seitenlängen 6 cm bzw. 4 cm,
- ein Parallelogramm mit den Seitenlängen 4 cm und 2,4 cm; sowie Winkeln von ca. 80° bzw. 100° : "zu steil",
- ein zur Vorlage ähnliches Parallelogramm mit den Seitenlängen 3 cm bzw. 2 cm,
- ein mit der Vorlage in den Winkeln übereinstimmendes Parallelogramm; Seitenlängen allerdings 5,4 cm bzw. 2,7 cm,
- ein Viereck (Trapez), bei dem obere und untere Seite nicht parallel zueinander liegen, sondern in einem Winkel von ca. 10° zueinander geneigt sind; so entstehen an der Grundseite Winkel von 60° und 120° , an der oberen Seite Winkel von 110° bzw. 70° ; die Seitenlängen betragen 4 cm, 2,7 cm, 3,7 cm, 2,2 cm,
- ein Viereck (Trapez), bei dem linke und rechte Seite nicht parallel zueinanderliegen, sondern eine Neigung von etwa 10° zueinander haben; an der Grundseite daher Winkel von 60° und 110° , an der oberen Seite von 120° und 70° ,
- ein Parallelogramm, das in den Winkeln mit der Vorlage übereinstimmt; Seitenlängen 4 cm bzw. 2 cm: "zu niedrig",
- ein Parallelogramm, das "zu flach" ist: Winkel von 45° und 135° , Seitenlängen 4 cm und 3,3 cm,
- ein mit der Vorlage in den Winkeln übereinstimmendes Parallelogramm; Seitenlängen 4 cm und 3,4 cm: das Parallelogramm ist "zu hoch",

Bei allen drei Arbeitsblättern sind die Reihen von Figuren zusätzlich durch unterbrochene horizontale Linien getrennt, um bei den unterschiedlichen Größen der Figuren einen reihenweisen Vergleich leichter zu ermöglichen. Gleichzeitig wird durch die wiederholte Horizontale der Vergleich der Lagen erleichtert.

4.5 Reproduktionsaufgaben und Auswertungskriterien

Zum Nachzeichnen wurden den Kindern vier Figuren vorgelegt.

Jede Figur befindet sich auf einem in drei Teile aufgeteilten Arbeitsblatt der Größe DIN A 4. Im oberen Teil ist die Vorlage dargestellt. Die Kinder wurden aufgefordert, die Vorlage im mittleren Feld nachzuzeichnen. Nachdem die Kinder damit fertig waren, sollten sie dasselbe noch einmal im unteren Feld versuchen und dabei darauf achten, daß ihre Figur ganz genau so wie die Vorlage wurde.

Die dargestellten Figuren im Einzelnen:

a/b) Das Quadrat in Normallage und auf der Spitze

Das dargestellte Quadrat in Normallage hat eine Seitenlänge von 6 cm, das Quadrat auf der Spitze dagegen eine Seitenlänge von 5 cm.

c) Das Trapez

Die dritte Figur stellt ein Trapez dar mit den Seitenlängen 8 cm, 4 cm, 4 cm, 4 cm. Damit betragen die gegenüberliegenden Innenwinkel an der Grundseite jeweils 60° .

d) Das Parallelogramm

Die vierte Figur, ein Parallelogramm, ist flächengleich zu dem vorhin vorgestellten Trapez und ist mit Seiten der Längen 6 cm, 4 cm, 6 cm, 4 cm konstruiert. Das Parallelogramm "liegt" auf der langen Seite und die kurze Seite ist im Winkel von 60° nach rechts geneigt.

Die ausgewählten Größen lassen gleichzeitig auch eine günstige Möglichkeit zur Rekonstruktion mit Stäbchen

verschiedener Länge zu.

Für die Rekonstruktion der Figuren mit Stäbchen wurden die oben beschriebenen Figuren jedem Kind in gleicher Größe wie beim Zeichnen als Vorlage auf einem Kärtchen dargeboten.

Als Material wurden den Kindern Holzstäbchen verschiedener Länge zur Verfügung gestellt. Da bei allen Figuren keine Seite kürzer als 4 cm und länger als 8 cm war, außerdem alle Seitenlängen ganzzahlig, wurden den Kindern Schachteln mit einer ausreichenden Anzahl von Stäbchen der Längen 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm und 9 cm angeboten. Damit stellt sich für die Kinder auf jeden Fall die Aufgabe der geeigneten Auswahl der Stäbchen.

Wurden von den Kindern längere Stäbchen als 9 cm benötigt, so benutzten sie von sich aus mehrere Stäbchen, ohne daß sie darauf hingewiesen werden mußten.

Die Holzstäbchen wurden aus ungeschnittenen Stäbchen für Zündhölzer, mit einem quadratischen Querschnitt von ca. 4 mm^2 angefertigt. Beim Zurechtschneiden auf die unterschiedlichen Längen kamen Abweichungen von bis zu 1 mm vor, die bei der Auswertung nicht berücksichtigt wurden.

Zur Auswertung der Reproduktionen

Um die Bewertung der Reproduktionen intersubjektiv zu machen, wurde versucht, Hilfsmittel zur besseren Einschätzung der Leistung bereitzustellen.

Die Leistungen der Kinder wurden nicht mehr in einem einzigen Rating-Wert zusammengefaßt¹, sondern nach einzelnen Kategorien eingeschätzt, die sich auf bestimmte euklidisch-metrische Eigenschaften der vorgelegten Figur bezogen.

1) Vgl. Auswertung bei FREUND und SORGER, auch Auswertung bei RAND

a) Bewertung der Winkel

Jeder einzelne Winkel der gezeichneten und geklebten Figuren wurde mit einem Punktwert von 0 bis 6 Punkten bewertet. Die Punktwerte wurden mit Hilfe einer Schablone ermittelt, die entsprechend den Bewertungskriterien skaliert war.

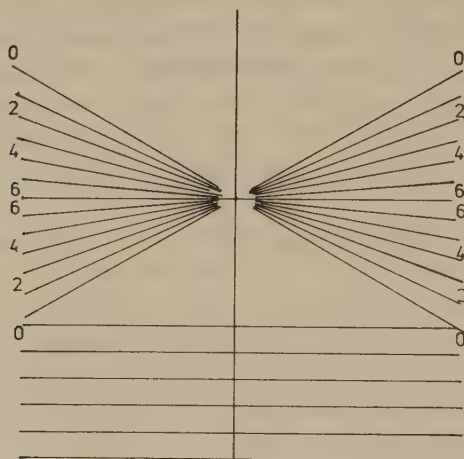


Abb. 4.14: Auswertungsschablone für 90° -Winkel und Parallelen

Bei den Bewertungskriterien wurde dabei bewußt kein Unterschied gemacht, ob es sich um einen rechten Winkel handeln sollte oder um einen Winkel von 60° bis 120° , wie sie beim Trapez und Parallelogramm vorkommen. Damit ist ein direkter Vergleich zwischen den Leistungen in der Wiedergabe rechter Winkel und der Wiedergabe spitzer oder stumpfer Winkel möglich, ohne dabei aufgrund subjektiver Eindrücke beim rechten Winkel strengere Kriterien anzulegen.

Bei der Bewertung wurde von der Maximalzahl von 6 Punkten für je 5° Abweichung vom Original ein Punkt abgezogen (es wurden nur ganzzahlige Punktwerte vergeben), bis zur

niedrigsten Punktzahl von 0 Punkten, die als völlige Fehlleistung zu werten ist.

Als völlige Fehlleistung wurde mithin eine Abweichung von 30° oder mehr gegenüber dem Original eingeordnet.

Diese Abgrenzung ist zwar eine willkürliche Festlegung, inhaltlich jedoch in einer intuitiven Beurteilung des 60° -Winkels (bzw. des 120° -Winkels) begründet: Solange ein Winkel von einem 60° -Winkel um weniger als 30° abweicht, handelt es sich auf jeden Fall noch um einen spitzen Winkel. Man wird die Richtung des nicht horizontalen Schenkels dieses Winkels vor allem bei der Darstellung in einem Koordinierungssystem intuitiv als "völlig abweichend" vom Originalwinkel von 60° empfinden, wenn er 90° überschreitet.

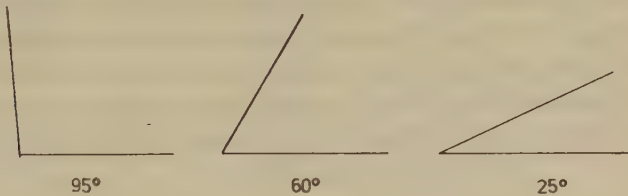


Abb. 4.15 a: Starke Abweichungen vom 60° -Winkel

Da die Abweichung von 30° oder mehr in der einen Richtung über den rechten Winkel als Grenze hinausführt, wurde diese Grenze als Kriterium für völlige Fehlleistung für den 60° -Winkel festgelegt.

Die Abstufung, jeweils eine Bewertungsskala in Schritten von 5° einzuteilen, ist gleichfalls eine willkürliche Festlegung. Sie läßt sich lediglich dadurch rechtfertigen, daß man sich fragt, was für Unterschiede bei beliebigen Winkeln noch visuell wahrgenommen werden können, ohne Meßgeräte zu Hilfe zu nehmen.

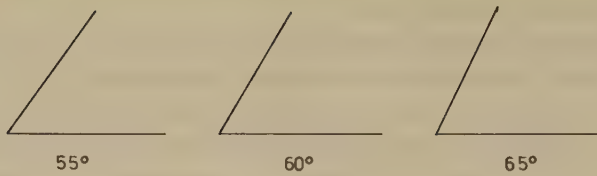


Abb. 4.15 b: Geringfügige Abweichungen vom 60° -Winkel

Für die Bewertung der rechten Winkel bot sich eine Überlegung an, die auf 45° Abweichung als Kriterium für völlige Fehlleistung führte: Teilt man den vier Halbachsen eines rechtwinkligen Koordinatensystems gleichgroße Bereiche (Sektoren) zu, in denen man den Schenkel eines Winkels als im Wesentlichen in die gleiche Richtung wie die Halbachse weisend ansieht, gelangt man zu einem Kriterium, das jede Abweichung von 45° oder mehr von einem rechten Winkel als Fehlleistung einschätzen läßt.

Da die auf der Anschauung beruhenden Überlegungen zur Festlegung eines Meßbereiches beim 60° -Winkel zu strengeren Eingrenzungen führten, lag es nahe, sich für dieses Kriterium auch für den rechten Winkel zu entscheiden, um einen direkten Vergleich zwischen den Ergebnissen bei verschiedenen Winkeln zu ermöglichen.

Bei der Messung der Winkel an zeichnerischen Reproduktionen wurde darauf geachtet, daß der Winkel im Bereich des Scheitelpunktes bewertet wurde, ohne Rücksicht auf den weiteren Verlauf der 'Schenkel'.

Bei in einem Zuge gezeichneten Figuren mußte dabei auch akzeptiert werden, daß 'Ecken' zuweilen abgerundet waren. Der Scheitelpunkt wurde dann in dem gedachten Schnittpunkt der aufeinanderzulaufenden Seiten angenommen. Diese Fälle waren zu unterscheiden von Figuren, bei denen

eine Ecke nicht mehr erkennbar war. In diesem Fall ergab sich wegen der Nichtmeßbarkeit die Bewertung 0.



PETRA, 5;11



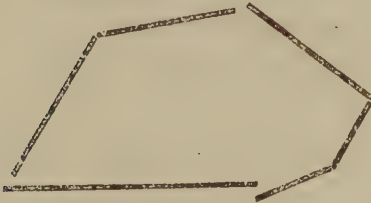
SANDRA, 4;11

Abb. 4.16: Winkel nicht meßbar (Zeichnung)

Weniger problematisch verlief die Winkelmessung an Figuren, die mit Holzstäbchen wiedergegeben waren. Der Scheitelpunkt wurde hier in dem tatsächlichen oder angenommenen Schnittpunkt der aufeinanderzulaufenden Seiten angesetzt. Als nicht meßbar schieden lediglich die Fälle aus, in denen Kinder aus dem Bedürfnis heraus, eine größere Lücke schließen zu müssen, ein zusätzliches Stäbchen in einer Richtung, die weder der einen noch der anderen Seite zuzuordnen war, quer vor die Lücke klebten.



ANDREA, 5;9



ANNEGRET, 6;3

Abb. 4.17: Winkel nicht meßbar (Stäbchen)

In diesem Fall wurde der entsprechende Winkel als nicht meßbar mit 0 bewertet.

Die einzelnen Punktwerte für die Winkel wurden durch das arithmetische Mittel zu einem Gesamtwert für die Winkel der Figur zusammengefaßt.

Dieser Wert ging in die Bewertung der Ähnlichkeit der Figur ein.

Bewertung der Parallelität

Die Parallelität konnte mit den Schablonen für rechte Winkel leicht gemessen werden, indem man auf der Schablone eine Parallelschar hinzufügte.¹ Die Parallelen konnten so an eine Seite der Figur angelegt werden, bei passender Auswahl konnte in der für die Winkelmessung eingezeichneten Geradenschar auf der Schablone die Abweichung der gegenüberliegenden Seite von der parallelen Richtung abgelesen werden.

Die Bewertung erfolgte wie bei der Bewertung rechter Winkel, allerdings mußte bei der Bewertung zeichnerischer Reproduktionen der Verlauf der ganzen Seite berücksichtigt werden.

Im Normalfall (bei leichten Ungenauigkeiten in der Linienführung) galt die gedachte Verbindungslinie zwischen den Eckpunkten der Figur als Seite. Bei starken Richtungsveränderungen im Verlauf der Zeichnung wurde auch an den tatsächlichen Verlauf angelegt.



Abb. 4.18: Messung der Parallelität: Hilfslinien

1) S. Abb. 4.14

Bei der Messung der Parallelität bei der Wiedergabe mit Hilfe der Stäbchentechnik gab es keine Probleme; angelegt wurde an den tatsächlichen Verlauf der Stäbchen. Bei den Quadraten und beim Parallelogramm wurden beide Parallelenpaare getrennt bewertet.

Bewertung der Seitenlänge

Die Seitenlänge wurde zunächst mit dem Lineal gemessen. Als Seite galt beim Zeichnen die gedachte Verbindungslinie der Eckpunkte. Abweichungen von der Richtung wurden dabei nicht berücksichtigt. Bei den Stäbchen wurde die Länge der ausgewählten Stäbchen erhoben, auch wenn die Eckpunkte durch die Lage der Stäbchen anders charakterisiert waren.

Zur Begründung dieser Verfahrensweise ist zu sagen, daß die Kinder beim Zeichnen eine einmal gezogene Linie nicht löschen können. Durch die Zeichnung einer weiteren Linie legen sie einen Schnittpunkt fest. Ein eventuell überstehendes Stück einer Linie kann man damit als abgeschnitten betrachten.

Beim Aufkleben der Hölzchen haben die Kinder hingegen die Möglichkeit zur Korrektur. Wenn ein Hölzchen zu lang ist, können sie ein kurzes wählen, selbst wenn sie das lange schon aufgeklebt haben sollten.

Bei der Auswertung wird daher jedes Hölzchen so gedeutet, daß es ausgewählt wurde, um damit die entsprechende Seite der Figur und ihre Länge darzustellen.

Es sei noch hinzugefügt, daß in dem Fall, in dem Kinder eine Seite aus mehreren Hölzchen zusammenfügten, die Gesamtlänge der Seite bewertet wurde.

Die Ungenauigkeiten in der Länge der Hölzchen (± 1 mm) wurden nicht berücksichtigt.

Nicht ganzzahlige Werte ergaben sich nur in den seltenen Fällen, in denen Kinder Hölzchen zerbrachen, um sie auf

eine andere, geeignete Länge zu bringen.¹

Zur Bewertung der absoluten Größe wurde zunächst für jede Seite ein Punktwert von 0 - 6 ermittelt.

Für je 5 % Abweichung von der Originalgröße erfolgte ein Punktabzug bis zur niedrigsten Punktzahl 0. Anschließend wurde für die gesamte Figur das arithmetische Mittel als Gesamtpunktzahl festgelegt.

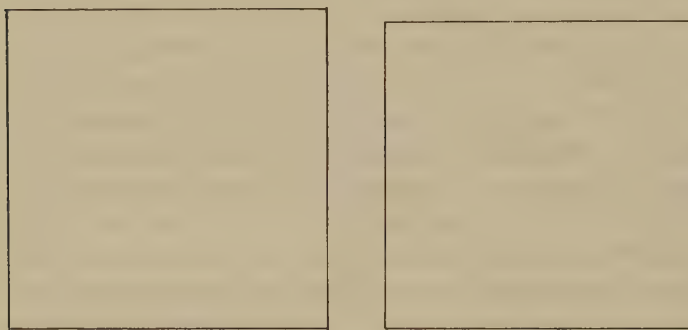


Abb. 4.19: Quadrate Im Vergleich: Original und Abweichung von 5 % in Höhe und Breite

Die Festlegung der Punktzahl nach prozentualer Abweichung erschien sinnvoller, als feste Größen festzulegen, da bei unterschiedlichen Seitenlängen die optische Auswirkung eines absolut gleichen Fehlers unterschiedlich ist.

Die Bewertung der Seitenverhältnisse

Aus den gemessenen Längen wurden Seitenverhältnisse berechnet, um zusammen mit den Werten für die Winkel ein Maß für die Ähnlichkeit der Figuren mit der Vorlage zu gewinnen.

1) Dies kam lediglich bei 2 Versuchspersonen vor.

An einem beliebigen Viereck mit den Seiten a, b, c, d (Abb. 4.20) lassen sich nun rein kombinatorisch

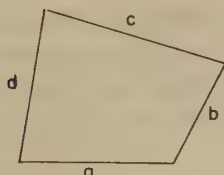


Abb. 4.20: Allgemeines Viereck mit Bezeichnungen der Seiten

$\binom{4}{2} = 6$ verschiedene Seitenverhältnisse (ohne die jeweils reziproken Verhältnisse mitzuzählen) aufstellen, nämlich $a : b, a : c, a : d, b : c, b : d, c : d$. Stimmen nun bei zwei Figuren sämtliche Winkel sowie die Verhältnisse der entsprechenden Seite überein, so sind sie ähnlich.

Es genügt nun jedoch, nur drei Seitenverhältnisse zu kennen, in denen insgesamt alle Seiten vorkommen, um die restlichen daraus berechnen zu können:

Nehmen wir z.B. an, wir kennen $a : b, a : c$ und $b : d$ (mit anderen Kombinationen geht das genauso), dann ist

$$\frac{a}{d} = \frac{a \cdot b}{b \cdot d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{d}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{b \cdot a}{a \cdot c} = \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{c}, \text{ dabei ist } \frac{b}{a} = \frac{1}{\frac{a}{b}} \text{ und } \frac{a}{b} \text{ ist bekannt.}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{c \cdot a}{a \cdot d} = \frac{c}{a} \cdot \frac{a}{d}, \text{ dabei ist } \frac{c}{a} = \frac{1}{\frac{a}{c}} \text{ und } \frac{a}{d} \text{ haben wir}$$

oben ausgerechnet.

Wenn also die drei ausgewählten Seitenverhältnisse stimmen, so stimmen auch die anderen. Indem wir also die ausgewählten drei Seitenverhältnisse bewerten, erhalten wir

einen Beitrag für ein Maß für die Ähnlichkeit der Figuren.

Da die Figuren symmetrisch sind, liegt es nahe, vor allem das Verhältnis gegenüberliegender Seiten zu bestimmen. Außerdem braucht dann nur noch das Verhältnis zweier nebeneinanderliegender Seiten berechnet zu werden.

Es wurde bei den einzelnen Figuren nun wie folgt verfahren:

Bei beiden Quadraten betragen die richtigen Verhältnisse jeweils 1 : 1.

Beim Trapez beträgt $a : c = 2$, $b : d = 1$, $a : d = 2$, beim Parallelogramm gilt $a : c = 1$, $b : d = 1$ und $a : d = 1,5$.

Da Abweichungen des tatsächlichen Verhältnisses von den unterschiedlichen Sollwerten nicht direkt vergleichbar sind, wurden folgende Normierungen vorgenommen, um eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu erzielen.

- a) Alle Verhältnisse werden auf 1 normiert in dem Sinne, daß die gemessene Länge der Grundseite beim Trapez zunächst durch 2, die Länge der den beiden horizontalen Seiten des Parallelogramms entsprechenden Seiten durch 1,5 dividiert wird.

Auf diese Weise erhält man dort transformierte Größen, a' beim Trapez und d' und c' beim Parallelogramm, die bei der Vorlage zu den Verhältnissen $a' : c = 1$, $a' : d = 1$ (Trapez), und $a' : c' = 1$, $a' : d = 1$ (Parallelogramm) führen.

- b) Da eine Unterschreitung und eine Überschreitung des Sollwertes 1 nicht vergleichbar sind (z.B. führt $5 : 3$ zu 1,67, $3 : 5$ zu 0,6, d.h. in einem Fall beträgt die Abweichung 0.67, im anderen Fall 0.4), wurde stets das Verhältnis des größeren zum kleineren Wert berechnet.

Für jeweils 0.1 Abweichung wurde von der Maximalpunkt-

zahl von 6 Punkten 1 Punkt abgezogen. Niedrigste Punktzahl blieb 0.

Dieses Kriterium ist an die Kriterien zur Bewertung der absoluten Größe angelehnt: Tritt bei der absoluten Größe eine Abweichung von 5 % in unterschiedliche Richtungen auf, dann wird im Extremfall von zwei Seiten die eine um 5 % zu groß, die andere um 5 % zu klein sein.

Bildet man das Seitenverhältnis zweier solcher Seiten, erhält man - im obigen Sinne normiert - den Wert 1. 105 (abgerundet).

Dies läßt die Wahl des Kriteriums den vorherigen Kriterien angemessen erscheinen. Abb. 4.21 stellt einen Grenzfall dar, in dem bereits Punktabzug erfolgt.

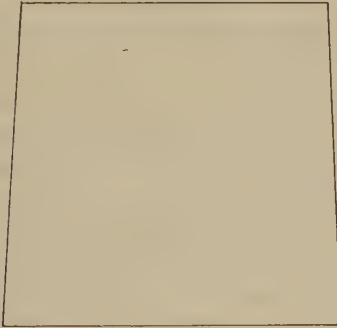


Abb. 4.21: Viereck, vom Quadrat in Normallage in Seitenverhältnissen abweichend: $a : c = 1.105$, $b : d = 1$, $a : d = 1.05$ entsprechend einer Bewertung von 5,6 und 6 Punkten.

Die einzelnen Punktwerte für die drei berechneten Seitenverhältnisse bei jeder Reproduktion wurden durch das arithmetische Mittel in einen Gesamtpunktwert zusammengefaßt.

Die Bewertung der Ähnlichkeit

Für jede Reproduktion wurde eine Gesamtpunktzahl für die Ähnlichkeit mit der Vorlage ermittelt, indem das arithmetische Mittel aus der Bewertung der Winkel und der Bewertung der Seitenverhältnisse gebildet wurde.

Damit hängt die Bewertung der Ähnlichkeit als Bewertung der Formqualität der Gesamtfigur unmittelbar von den gemessenen Werten für Winkel und Proportionen ab.

5. Untersuchungsergebnisse

5.1 Beschreibung der Versuchspersonen

Die geplante Untersuchung wurde in der Zeit von Mitte Mai bis Mitte Juni 1977 im Raum Münster und Umgebung durchgeführt. An den Versuchen nahmen insgesamt 63 Kinder aus drei Gruppen eines Kindergartens (KIGA), 26 Kinder aus zwei Gruppen eines Schulkindergartens (SKIGA) sowie 62 Schüler aus zwei Klassen der ersten Jahrgangsstufe der Grundschule (SCHULE) teil.

Über die einzelnen Kinder wurden keine sozialen Daten erhoben, es wurden lediglich die Variablen Alter und Geschlecht erfaßt. Es kann jedoch aufgrund der ausgewogenen Struktur der Einzugsbereiche der Institutionen, aus denen die Kinder stammten, angenommen werden, daß die Untersuchung nicht durch Einflüsse schichtspezifischer oder gruppenspezifischer Probleme beeinträchtigt ist.

In keiner der Versuchsgruppen hat ein spezifisches Vortraining in Richtung auf die visuelle Diskrimination der Typen von Vierecken stattgefunden, ebenso hat es keine gezielten Übungen zur Reproduktion ebener geometrischer Figuren gegeben.

Dennoch muß man damit rechnen, daß die Kinder auf Vorerfahrungen im Umgang mit geometrischen Figuren zurückgreifen konnten, die z.T. in den vorhandenen Möglichkeiten der Institutionen begründet waren.

Die Kindergartengruppen waren mit Legespielen ausgestattet, die aus geometrischen Grundelementen aufgebaut waren, vor allem aus Dreiecken, Rechtecken und Quadraten, darüberhinaus gab es eine Reihe weiterer Spiele, die genaue visuelle Detailerfassung verlangten. Da diese Spiele von den einzelnen Kindern mit unterschiedlicher Häufigkeit eingesetzt wurden, lassen sich keine kausalen Beziehungen zwischen spezifischen Vorerfahrungen und den

Versuchsleistungen einzelner Kinder nachweisen.

Im Vergleich dazu standen die Schulkindergartenkinder unter dem Einfluß gezielterer Übungen, meist Förderungsmaßnahmen im Hinblick auf die fehlende Schulreife der Kinder zum Zeitpunkt der Einschulung.

Für die Bearbeitung geometrischer Vorgaben erscheinen all die Übungen relevant, die sich im Rahmen von Klassifikationsaufgaben mit der Differenzierung spezifischer Merkmale beschäftigten, vor allem in der Beschäftigung mit den Logischen Blöcken.

Übungen, die gezielt die Unterscheidung verschiedener Viereckstypen nach geometrischen Details ansprachen, gab es jedoch nicht.

Bei den Schulkindern setzen sich die Erfahrungen zur Merkmaldifferenzierung auf der Grundlage des Umgangs mit strukturiertem Material fest, allerdings hat es auch hier keine gezielten Übungen zur geometrischen Detailerfassung gegeben.

Mithin ist bei den Versuchspersonen zwar mit dem Einfluß unterschiedlicher individueller Vorerfahrungen zu rechnen, die auch auf der unterschiedlichen Ausübung verfügbarer Erfahrungsmöglichkeiten beruhen können, ein gruppenweise auftretender Effekt von gezielt eingesetzten Übungen ist jedoch nicht zu erwarten.

Im Kindergarten wurde Wert darauf gelegt, daß kein Kind gegen seinen ausdrücklichen Wunsch an den Versuchen teilnahm, die außerhalb des Gruppenraumes in einem separaten Raum stattfanden. Auch im Schulkindergarten wurden die Kinder zuvor nach ihrer Bereitschaft zur Teilnahme an den Versuchen gefragt. Dabei äußerte kein Kind irgendwelche Anzeichen von Ablehnung. Die Arbeiten von Kindern, die zum Zeitpunkt der Untersuchung noch nicht 4;6 Jahre alt waren,¹ wurden nicht in die Bewertung aufgenommen.

1) Als Stichtag wurde der 31.5.1977 gewählt.

Ansonsten wurde keine Auswahl getroffen; im Schulkindergarten und in der Schule nahmen alle Kinder teil, die zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung anwesend waren.

Die Durchführung erfolgte im Kindergarten sowie in der Schulkindergartengruppe jeweils mit vier bis sechs Kindern gleichzeitig.

In der Schule dagegen wurden aus Zeitgründen die Aufgaben zur zeichnerischen Reproduktion und zur visuellen Diskrimination im Klassenverband durchgeführt. Die Reproduktion mit Hilfe von Holzstäbchen fand hier nicht statt.

Für die Durchführung des Versuchs wurde sichergestellt, daß die Kinder Gelegenheit hatten, den Versuchsleiter kennenzulernen. Dies erfolgte im Kindergarten und Schulkindergarten durch Beteiligung des Versuchsleiters in der Gruppe, in der Schule erfolgte ein einführendes Gespräch vor Beginn der Versuchsdurchführung.

Das Alter der Versuchspersonen, die in die Untersuchung einbezogen waren, reichte von 4;8 bis 8;4 Jahren mit einem Durchschnittsalter von 6;8 Jahren.

Das mittlere Alter betrug im Kindergarten 5;10 Jahre, im Schulkindergarten 6;10 Jahre und in der Schule 7;6 Jahre. Auffallend war dabei der Unterschied im durchschnittlichen Alter der Schulkindergartenkinder und der Kinder des ersten Schuljahres.

Tab. 5.1: Alter der Versuchspersonen (Jahre; Monate)

	KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
MIN.	4; 8	6; 5	6; 10	4; 8
MAX.	6; 11	7; 6	8; 4	8; 4
MITTEL	5; 10	6; 10	7; 6	6; 8

Hier deutet sich an, daß das Alter der Kinder einen wichtigen Maßstab für ihre Eingliederung in den Schulkindergarten darstellte.

5.2 Die Beachtung von Formqualitäten bei visueller Diskrimination

Die Arbeitsblätter zur visuellen Diskrimination geometrischer Formen wurden mit dem Ziel eingesetzt, Informationen darüber zu erhalten, ob die Kinder in ausreichendem Maße dazu in der Lage sind, eine vorgegebene Figur aus einer Auswahl dargebotener Zeichnungen zu erkennen. Da die Ergebnisse dieser Teiluntersuchung gewissermaßen eine Grundlage für die Einordnung der weiteren Versuchsergebnisse darstellen, soll mit ihrer Auswertung begonnen werden.

5.2.1 Instruktion und Durchführung

Die in den Abbildungen 4.7 - 4.13 dargestellten Arbeitsblätter wurden bei allen am Versuch beteiligten Versuchspersonen erst nach der Durchführung von Reproduktionsversuchen eingesetzt, da hier eine etwaige Beeinflussung der Reproduktionsleistung durch unmittelbares Vortraining in visueller Diskrimination vermieden werden sollte. Lediglich im Bereich des Kindergartens nahmen einzelne Kinder an der Bearbeitung dieser Arbeitsblätter teil, obwohl sie zuvor keine Reproduktionen mitgemacht hatten. Von diesen Kindern wurden jedoch auch keine Reproduktionsleistungen in die Untersuchung mitaufgenommen.

Insgesamt nahmen 139 Kinder an den Diskriminationsaufgaben teil. Dabei stammten 51 Versuchspersonen aus dem Kindergarten, 26 Versuchspersonen aus dem Schulkindergarten und 62 Versuchspersonen aus der ersten Jahrgangsstufe der Grundschule. Für die Auswertung wurde ein Kind aus der Gruppe der Schulkinder ausgeschlossen, da in diesem Fall eindeutig ein Fehlverständnis der Instruktion vorlag, so daß in die Auswertung endgültig die Leistungen von 138 Kindern eingingen, mit 61 Kindern der ersten Jahrgangsstufe.

Die Arbeitsblätter wurden im Kindergarten und Schul-

kindergarten in Gruppen zu vier bis sechs Kindern bearbeitet, während die Durchführung in der ersten Jahrgangsstufe der Grundschule im Klassenverband (2 Klassen zu je 26 bzw. 36 Kindern) stattfand.

Zur Instruktion - vor allem auch zur Einführung der Bearbeitungstechnik im Kindergarten - wurde als erstes ein Arbeitsblatt mit Dreiecken¹ bearbeitet, auf dem als Vorlage ein gleichseitiges Dreieck dargestellt war, das unter weiteren Abbildungen wiedererkannt und gekennzeichnet werden sollte. Im Kindergarten wurde zur Kennzeichnung ein Punkt eingeführt, im Schulkindergarten und im ersten Schuljahr konnte auf die bereits bekannte Technik des Ankreuzens zurückgegriffen werden.

Sinngemäß wurden folgende, zuvor festgelegte Instruktionen gegeben; es wurde lediglich in den Formulierungen abgewichen, um auf etwaige spontane Äußerungen der Kinder einzugehen:

"Oben ist ein Dreieck vorgezeichnet. Welche Dreiecke unten sind genau so wie das Dreieck oben geworden?
Die Dreiecke, die genau so geworden sind, bekommen einen Punkt (werden angekreuzt)."

- Im Kindergarten und Schulkindergarten wird diese Technik vorgeführt. -

"Gibt es noch mehr Dreiecke, die auch so gut geworden sind? Sucht alle, die ihr finden könnt! Wenn ihr meint, daß es genau so aussieht, macht einen Punkt in das Dreieck. Wer fertig ist, dreht sein Blatt um."

- Jedes Kind erhält nach Bearbeitung eines Bogens sofort das nächste Blatt. -

"Hier geht es genau so. Jede Figur, die so aussieht wie die Figur oben, bekommt einen Punkt."

Der Reihe nach werden so das Quadrat in Normallage (Q1), das auf die Spitze gestellte Quadrat (Q2), das Trapez (T) und das Parallelogramm (P) bearbeitet.

An die Bearbeitung dieser Blätter (Typ A) schloß sich die Bearbeitung der weiteren Blätter zur visuellen Diskrimination (Typ B) sofort an. Obwohl nicht auszuschließen war, daß die mit diesen Blättern verbundene Instruktion auf Schwierigkeiten im Verständnis stoßen würde,

1) Dieses Blatt, auf dem nur Dreiecke dargestellt waren, ist nicht abgebildet. Es wurde nicht ausgewertet.

ließen die Reaktionen der Versuchspersonen keinen Zweifel daran aufkommen, daß die Instruktion verstanden wurde, wenngleich häufigere Nachfragen von Kindern kamen, die sich noch einmal der gestellten Aufgabe versichern wollten. Die Arbeitsblätter des Typs B enthielten keine Figur, die sowohl in der Form, der Lage und der Größe mit der als Vorlage dargestellten Figur übereinstimmten. Ziel war es hier, Informationen darüber zu gewinnen, was für Abweichungen die Kinder am ehesten akzeptieren würden. Der Bearbeitung gingen folgende Instruktionen voraus.

"Auf diesem Blatt ist es so ähnlich! Ich weiß aber nicht, ob richtige Zeichnungen dabei sind. Manche sind ganz falsch! Gebt jeder Figur einen Punkt (kreuzt jede Figur an), die so gut gezeichnet ist, wie die Figur oben. Wenn ihr meint, die Figur ist richtig, so macht einen Punkt (kreuzt sie an). Eine Figur, die nicht so aussieht, wie die Figur oben, bekommt keinen Punkt (wird nicht angekreuzt)."

Nach Bearbeitung eines Blattes gehen die Kinder sofort zum nächsten Blatt über.

Bei der Bearbeitung wurde darauf geachtet, daß die Kinder selbständig arbeiteten. Es kann davon ausgegangen werden, daß die Ergebnisse eigenständige Leistungen jeder Versuchsperson darstellen, wenngleich sich vereinzelt Versuche der Kinder, von anderen etwas zu übernehmen, nicht völlig vermeiden ließen.

5.2.2 Visuelle Diskriminationsleistungen bei Auswahl geometrischer Figuren

Die Ergebnisse zeigten die erwarteten, als Voraussetzung für die Reproduktionsaufgaben erwünschten Leistungen bei den visuellen Diskriminationsaufgaben vom Typ A (vgl. Abb. 4.7 - 4.10).

Abb. 5.1 veranschaulicht das hohe Niveau der Diskriminationsleistungen in allen Versuchsgruppen. Die Unterschiede

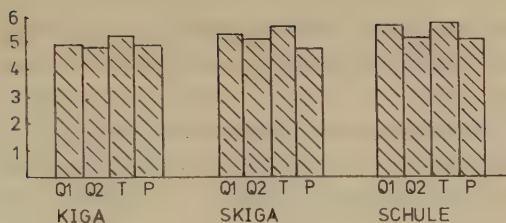


Abb. 5.1: Mittelwerte bei visueller Diskrimination

de zwischen den Gruppen können kaum überbewertet werden, wenngleich sich eine erwartete höhere Leistung bei den Schulkindern bestätigt.¹

Berücksichtigt man noch die niedrigen Ergebnisse einzelner Versuchspersonen in den Gruppen der Kindergarten- und Schulkindergartenkinder, die sich in der Variationsweite (Range) und in der Standardabweichung² niederschlagen, wobei in allen Gruppen bei allen Figuren das Maximum von 6 Punkten erreicht wurde, so wird deutlich, daß bei den vorgelegten Aufgaben die Diskriminationsleistungen aller Versuchsgruppen vergleichbar sind und als Voraussetzung für die Bewältigung von Reproduktionsaufgaben voll ausreichen, zumal die Distraktoren so gewählt waren, daß sie den überwiegenden Fehlleistungen bei Reproduktionen der Kinder entsprachen.

Auch der Vergleich der Leistungen bei den verschiedenen Figuren läßt keine weitgehenden Schlüsse zu, wenngleich auffällt, daß das durchschnittliche Leistungsniveau bei Q1 und T in allen Versuchsgruppen deutlich über den Werten bei Q2 und P liegt, wobei für T und Q1 in allen Gruppen zudem der höhere Wert stets beim Trapez liegt.

1) Signifikanzprüfungen werden hier nicht durchgeführt.

2) Siehe dazu Tab. 7.2 im Anhang.

Da die Ergebnisse stark von den gewählten Distraktoren abhängig sind, kann man aus diesen Zahlen keine Schlüsse über den Schwierigkeitsgrad der Diskrimination einzelner Figuren ziehen.

Allerdings zeigt sich beim Parallelogramm eine vergleichsweise überraschende Quote von Fehlleistungen, die noch näher zu analysieren sein wird.

Zu Punktabzug bei den Diskriminationsaufgaben führten sowohl Auslassungen von Ankreuzungen wie Ankreuzen der Distraktoren. Während das Auslassen von korrekten Figuren wenig Aufschluß über die Beachtung geometrischer Einzelheiten der dargestellten Figur gibt, lieferten die Fehlankreuzungen wichtige Hinweise auf die Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften.

Tab. 5.2: Fehlankreuzungen bei der Diskrimination des Quadrats in Normallage

	Distr.1	Distr.2	Distr.3	N
KIGA	5	13	21	51
SKIGA	1	2	13	26
SCHULE	0	1	23	61
GESAMT	6	16	57	138

Tabelle 5.2¹ zeigt, daß die ersten beiden Distraktoren kaum zu Fehlankreuzungen bei der Diskrimination des Quadrats in Normallage führen. Es handelt sich dabei um ein nichtquadratisches Rechteck (Distraktor 1) sowie eine Figur, die sich durch ihre obere Seite, die nicht parallel zur unteren gewählt ist, von einem Quadrat unterscheidet (Distraktor 2). Zwar wird diese letzte Figur noch von 25,5 % der Kindergartenkinder angekreuzt, was auf Diskriminationsschwächen in dieser Gruppe hinweist,

1) Vgl. dazu Abb. 4.7.

insgesamt aber sind es nur noch 11,6 % der Kinder, die Fehlleistungen bei diesem Distraktor zeigen.

Auffällig ist dagegen die relativ hohe Anzahl der Fehlankreuzungen bei dem dritten Distraktor, bei dem es sich um einen nichtquadratischen Rhombus handelt, dessen Winkel jeweils um 5° vom rechten Winkel abweichen. Die Fehlerquote beträgt im Kindergarten 41,2 %, im Schulkindergarten 50,0 % und bei der Schülergruppe 37,7 % (gesamt: 41,3 %). Festzuhalten ist, daß bei diesem Distraktor sämtliche Seitenverhältnisse übereinstimmen sowie die jeweils gegenüberliegenden Seiten zueinander parallel sind. Dies ist bei den vorherigen Distraktoren nicht gegeben.

Tab. 5.3: Fehlankreuzungen bei der Diskrimination des Quadrats auf der Spitze

	Distr.1	Distr.2	Distr.3	N
KIGA	5	20	2	51
SKIGA	2	9	1	26
SCHULE	3	16	1	61
GESAMT	10	45	4	138

Auch bei der Aufgabe der Diskrimination des auf die Spitze gestellten Quadrats (Q2) führen zwei Distraktoren¹ kaum zu Fehlankreuzungen. Es sind dies der nichtquadratische Rhombus, dessen Winkel hier anders als beim Quadrat in Normallage allerdings jeweils um 10° vom rechten Winkel abweichen, sowie ein auf die Spitze gestelltes Rechteck. In allen Gruppen führen diese Distraktoren bei weniger als 10 % der Kinder zu Fehlleistungen. Demgegenüber wurde der zweite Distraktor häufig angekreuzt. Es handelt sich um einen Drachen (horizontale Symmetrieachse), der auf der linken Seite den rechten Winkel kor-

1) Vgl. dazu Abb. 4.8

rekt wiedergibt, während die Winkel oben und unten um jeweils 5^0 , der Winkel rechts damit um 10^0 vom rechten Winkel abweichen. Die Fehlerquote beträgt im Kindergarten 39,2 %, im Schulkindergarten 34,6 % und sogar in der Schule noch 26,2 % (gesamt: 32,6 %).

Zu beachten ist, daß diese Darstellung eine verbreitete Form unter den Reproduktionen der Kinder wiedergibt.

Tab. 5.4: Fehllankreuzungen bei der Diskrimination des Trapezes

	Distr.1	Distr.2	Distr.3	N
KIGA	5	10	8	51
SKIGA	1	4	0	26
SCHULE	0	4	2	61
GESAMT	6	18	10	138

Bei dem Arbeitsblatt zur Diskrimination des Trapezes¹ führte keiner der Distraktoren zu Fehlerquoten, die über 20 % hinausgingen. Die höchste Fehlerquote lieferte der zweite Distraktor mit 19,6 % in der Kindergartengruppe (15,4 % im Schulkindergarten, 6,6 % in der Schule, 13,0 % gesamt).

In der Kindergartengruppe führte auch noch der dritte Distraktor zu einer Fehlerquote von 15,7 % (gesamt: 7,3 %). Insgesamt führte damit keiner der Distraktoren zu nennenswerten Fehlerquoten. Für die Kinder sind damit die Abweichungen von der korrekten Vorlage zu deutlich gewesen, um noch akzeptiert werden zu können. (1. Distraktor: Parallelität verletzt, 2. Distraktor: Symmetrie verletzt, 3. Distraktor: Seitenverhältnisse verletzt, "zu flach").

1) Vgl. dazu Abb. 4.9

Tab. 5.5: Fehlankreuzungen bei der Diskrimination des Parallelogramms

	Distr.1	Distr.2	Distr.3	N
KIGA	5	30	5	51
SKIGA	4	19	1	26
SCHULE	1	31	0	61
GESAMT	10	80	6	138

Beim Parallelogramm¹ schließlich führt ein Distraktor zu Fehlerquoten, wie sie sonst bei keiner anderen Figur auftreten, während die übrigen Distraktoren, ein Trapez, dessen nichthorizontalen Seiten nicht parallel zueinander liegen, sowie ein Rhombus Fehlerquoten von meistens weniger als 10 % liefern (einzige Ausnahme: Trapez im Schulkindergarten mit 15,4 %).

Die Fehlerquelle ist ein Parallelogramm, das ein Spiegelbild zur Vorlage darstellt. Die Fehlerquoten betragen hier 58,8 % im Kindergarten, 73,1 % im Schulkindergarten und selbst in der Schule noch 50,8 % (gesamt: 58,0 %).

Zwar ist hier kein Schluß darüber möglich, welche Abweichungen von euklidisch-metrischen Eigenschaften die Kinder noch akzeptieren, doch zeigt dieses Ergebnis deutlich, wie weit Kinder noch im ersten Schuljahr geneigt sind, Figuren und Zeichen zu identifizieren, die spiegelbildlich zueinander sind,² ein Ergebnis, das auch für das Erlernen der Kulturtechniken Lesen und Schreiben nicht ohne Interesse sein dürfte.

Durch das Angebot von Figuren, die zur Vorlage kongruent, allerdings in der Lage verändert waren, durfte man sich Aufschluß darüber erhoffen, wieweit die Kinder

1) Vgl. dazu Abb. 4.10

2) Vgl. 3.1.3

spontan - in der Instruktion wurde jede Anregung bewußt vermieden! - Figuren auch in veränderten Lagen mit der Vorlage identifizieren.

Tab. 5.6: Ankreuzungen lageveränderter Figuren beim Quadrat in Normallage

	Fig.1	Fig.2	Fig.3	N
KIGA	6	6	6	51
SKIGA	3	3	3	26
SCHULE	11	6	10	61
GESAMT	20	15	19	138

Tab. 5.7: Ankreuzungen lageveränderter Figuren beim Quadrat auf der Spitze

	Fig.1	Fig.2	Fig.3	N
KIGA	19	7	13	51
SKIGA	6	4	7	26
SCHULE	14	4	13	61
GESAMT	39	15	33	138

Tab. 5.8: Ankreuzungen lageveränderter Figuren beim Trapez

	Fig.1	Fig.2	Fig.3	N
KIGA	9	10	7	51
SKIGA	2	1	1	26
SCHULE	3	3	7	61
GESAMT	14	14	15	138

Tab. 5.9: Ankreuzungen lageveränderter Figuren beim Parallelogramm

	Fig.1	Fig.2	Fig.3	N
KIGA	10	8	15	51
SKIGA	3	0	10	26
SCHULE	2	3	6	61
GESAMT	15	11	31	138

Dazu kann zunächst festgehalten werden, daß der Prozentsatz der Ankreuzungen von Figuren in veränderten Lagen den Prozentsatz der Fehlankreuzungen nicht übersteigt. Das zwingt zu vorsichtigen Schlüssen bezüglich der Diskriminationsleistung der Kinder beim Ankreuzen lageveränderter Figuren. Allerdings deuten die Ergebnisse bei einzelnen Versuchspersonen, die bei allen vier Figuren jeweils alle kongruenten, auch lageveränderten Figuren, korrekt ankreuzten und keine zusätzlichen Fehlankreuzungen zeigten, darauf hin, daß das Ankreuzen lageveränderter Figuren nicht auf mangelnde Differenzierung, sondern auf das Wiedererkennen in veränderter Lage zurückzuführen sein dürfte. Eine Untersuchung in dieser Hinsicht müßte auf eine genauere Analyse der Daten auf diese Zusammenhänge hin aufbauen.

In den Tabellen 5.6 - 5.9 fallen nur wenige Werte auf. Einmal sind es die Ergebnisse beim auf die Spitze gestellten Quadrat, bei dem die Kinder anscheinend eher geneigt sind, Figuren in veränderter Lage zu akzeptieren. Vor allem die um $22,5^{\circ}$ nach rechts gedrehte Figur¹ liefert hier deutliche Ergebnisse: Sie wird von 37,3 % der Kindergartenkinder angekreuzt und auch noch von 23,1 % der Schulkinder und 23,0 % der Schulkinder ausgewählt (gesamt: 28,3 %).

Die um den gleichen Winkel nach links gedrehte Figur wird

1) Vgl. Abb. 4.8

in diesen Gruppen zu 25,5 %, 26,9 % bzw. 21,3 % ausgewählt (gesamt: 23,9 %).

Dagegen wird die um 45^0 gedrehte Figur, die damit ein Quadrat in Normallage darstellt, offensichtlich nicht so leicht akzeptiert. (Kindergarten: 13,7 %, Schulkindergarten: 15,4 %, Schule: 6,6 %, gesamt 10,9 %).

Ähnlich hohe Werte wie die soeben angegebenen Figuren erhält lediglich noch ein Parallelogramm, das gegenüber der Vorlage um 30^0 nach links gedreht ist,¹ allerdings sind die Werte nur im Kindergarten und Schulkindergarten so hoch, nämlich 29,4 % bzw. 38,5 %; in der Gruppe der Schulkinder dagegen trifft man bei dieser Figur nur auf Ankreuzungen bei 2,8 % der Kinder (gesamt: 22,5 %).

Über die unterschiedliche Häufigkeit der Ankreuzungen von Figuren in veränderten Lagen bei den verschiedenen Versuchsgruppen läßt sich nur wenig aussagen. Die Daten scheinen lediglich anzudeuten, daß bei der Gruppe der Schulkinder bei den Quadraten eher Figuren in veränderten Lagen angekreuzt werden als bei Trapez und Parallelogramm. Die Ergebnisse sind aber nichtdeutlich genug, um einen Interpretationsversuch rechtfertigen zu können, der etwa in dem Umgang mit quadratischen Merkmalklötzchen (Logische Blöcke o.ä.) liegen könnte.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse der Diskriminationaufgaben von Typ A² deutlich, daß bei den Versuchspersonen ein ausreichendes visuelles Unterscheidungsvermögen vorausgesetzt werden kann, auf dessen Grundlage sie die Reproduktionsaufgaben angehen können.

1) Vgl. Abb. 4.10

2) Vgl. Abb. 4.7 - 4.10

5.2.3 Präferenz formspezifischer Merkmale bei visueller Diskrimination

Bei der Bearbeitung der Arbeitsblätter vom Typ B¹ stand es den Kindern frei, wieviele Figuren sie ankreuzen (auswählen) wollten. Daher geht in die Auswertungen wesentlich mit ein, wie groß die durchschnittliche Anzahl der angekreuzten Figuren in jedem Blatt war.

Ging man davon aus, daß die Kinder ihre Kreuze oder Punkte rein zufällig auf die Figuren verteilten, so mußte man bei allen Figuren einer Aufgabe ungefähr dieselbe Anzahl von Ankreuzungen erwarten. Wie stark die tatsächliche Anzahl von der so erwarteten abwich, war ein Maß dafür, ob die betreffende Figur durch die Kinder akzeptiert oder abgelehnt wurde.

Tab. 5.10: Auswahl von Figuren bei visueller Diskrimination, Quadrat auf der Spitze (k = durchschnittliche Anzahl von Ankreuzungen je Blatt)

Numer der Fig.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	k
KIGA	19	38	15	17	16	4	6	14	16	2.84
SKIGA	4	8	15	11	15	3	4	12	14	3.31
SCHULE	42	43	13	29	17	0	9	7	29	2.91
GESAMT	65	89	43	57	48	7	19	33	59	3.04

Um herauszufinden, ob diese Werte mehr als nur zufällig von einer erwarteten Gleichverteilung abweichen, wurde jeweils ein χ^2 -Test für jede Versuchsgruppe und über alle Versuchspersonen durchgeführt, sowie für jede einzelne Figur die Prüfgröße u der Normalverteilung mit $\bar{x} = 0$ und $s = 1$ berechnet.²

1) S. Abb. 4.11 - 4.13

2) Vgl. dazu CLAUSS und EBNER 1971, S. 134/141.

Für das auf die Spitze gestellte Quadrat ergibt der χ^2 -Test für alle Versuchsgruppen sowie für die Gesamtstichprobe hochsignifikante Werte; mit Ausnahme für den Schulkindergarten, bei dem der Wert auf dem 0,01-Niveau liegt, sind die übrigen auf dem 0,001-Niveau signifikant. Das bedeutet, daß man mit mehr als 99 %iger Wahrscheinlichkeit davon ausgehen kann, daß kein zufälliges Ankreuzen stattgefunden hat. Die u-Werte für die einzelnen Figuren geben Aufschluß über die Ablehnung oder das Akzeptieren dieser Figur.¹

Betrachtet man die Einzelergebnisse, so ergeben sich interessante Hinweise auf die Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften dieser Figuren.²

Figur 1

Die Figur ist ähnlich zur Vorlage, allerdings kleiner (ein Viertel der Fläche). Sie wird von SKIGA-Kindern signifikant abgelehnt ($p < 0.05$), während sie von Schulkindern akzeptiert wird ($p < 0.001$).

Figur 2

Die Figur ist ebenfalls ähnlich zur Vorlage, sie wird von KIGA-Kindern und Schulkindern akzeptiert ($p < 0.001$).

Figur 3

Figur 3 ist kongruent zur Vorlage, allerdings um $22,5^\circ$ nach rechts gedreht. Sie erfährt von Schulkindergartenkindern Zustimmung ($p < 0.05$) und von Schulkindern Ablehnung ($p < 0.05$).

Figur 4

Dieser Drachen mit vertikaler Symmetrieachse wird von Schulkindern akzeptiert ($p < 0.01$).

Figur 5

Diese Figur dagegen, ein Drachen mit horizontaler Symmetrieachse wird von SKIGA-Kindern akzeptiert ($p < 0.05$).

1) Vgl. dazu Tab. 7.3 im Anhang

2) Vgl. dazu Abb. 4.11

Figur 6

Das auf die Spitze gestellte, nichtquadratische Rechteck wird von allen Versuchspersonen hochsignifikant abgelehnt ($p < 0.001$, SKIGA: $p < 0.01$).

Figur 7

Figur 7 zeigt ein Quadrat in Normallage. Die Versuchspersonen lehnen diese Figur deutlich ab ($p < 0.001$, SKIGA: $p < 0.05$).

Figur 8

Figur 8 stellt einen nichtquadratischen Rhombus dar, dessen längere Diagonale in horizontale Richtung weist. Schulkinder lehnen diese Figur ab ($p < 0.001$).

Figur 9

Figur 9 schließlich stellt einen Rhombus wie Figur 8, lediglich in vertikaler Ausrichtung dar. Diese Figur wird in SKIGA ($p < 0.05$) und Schule ($p < 0.01$) akzeptiert.

Die Ergebnisse deuten auf die Berücksichtigung formbestimmender Merkmale hin, allerdings unter der Voraussetzung der richtigen Lage. Abgesehen vom Schulkindergarten erfährt das lediglich zu große Quadrat deutliche Zustimmung. Allen Gruppen gemeinsam ist dagegen die Ablehnung des auf die Spitze gestellten Rechtecks sowie des Quadrats in Normallage. Dies steht im Einklang mit den Ergebnissen bei den Arbeitsblättern vom Typ A, bei denen die Anzahl der Fehlankreuzungen bei dem auf die Spitze gestellten Rechteck ebenso wie die Anzahl der Ankreuzungen bei dem Quadrat in Normallage sehr niedrig lagen. Die Ablehnung des zur Vorlage kongruenten Quadrats (Figur 3) durch die Schulkinder ist wohl zu einem großen Teil darauf zurückzuführen, daß sie in der ersten Reihe die beiden vorangehenden Figuren als ähnliche Figuren besonders häufig vorweg gewählt haben.

Tab. 5.11: Auswahl von Figuren bei visueller Diskrimination, Trapez (k = durchschn. Anzahl von Ankreuzungen je Blatt)

Nummer der Fig.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	k
KIGA	28	8	39	9	8	20	17	41	10	3.53
SKIGA	12	1	15	6	2	4	17	14	4	2.88
SCHULE	44	0	52	1	1	28	39	46	4	3.52
GESAMT	84	9	106	16	11	52	73	101	18	3.42

Auch beim Trapez sind alle χ^2 -Werte hochsignifikant, ohne Ausnahme auf dem 0.001 -Niveau. Die Ergebnisse für die einzelnen Figuren fallen noch deutlicher aus als beim auf die Spitze gestellten Quadrat.^{1, 2}

Figur 1

Ein zur Vorlage ähnliches, im Vergleich jedoch zu kleines Trapez. Diese Figur wird von Kindergarten- und Schulkindern akzeptiert ($p < 0.05$ bzw. $p < 0.001$). Für Schulkinderkinder ist die Annahme der Figur lediglich auf 10 %-Niveau signifikant ($p < 0.1$).

Figur 2

Ein symmetrisches Trapez, das im Vergleich zur Vorlage zu steil ist (Abweichung der Winkel um 20°). Die Figur wird in allen Versuchsgruppen hochsignifikant abgelehnt ($p < 0.001$).

Figur 3

Ein zur Vorlage ähnliches Trapez, das zu groß ist. Es wird von allen Versuchsgruppen hochsignifikant akzeptiert (KIGA und SCHULE: $p < 0.001$, SKIGA: $p < 0.01$).

Figur 4

Bei dieser Figur ist im Vergleich zur Vorlage die Symmetrie verletzt. Während im Schulkindergarten kein signi-

1) Vgl. dazu Tab. 7.4 im Anhang

2) Vgl. Abb. 4.12

fikantes Ergebnis vorliegt, wird die Figur bei den beiden anderen Gruppen deutlich abgelehnt ($p < 0.001$).

Figur 5

Figur 5 stellt kein Trapez dar, da die Parallelität der gegenüberliegenden Seiten verletzt ist (Abweichung 10^0). Die Figur wird einhellig von allen Versuchsgruppen abgelehnt (KIGA und SCHULE: $p < 0.001$, SKIGA: $p < 0.01$).

Figur 6

Ein symmetrisches Trapez, Seitenverhältnisse von der Vorlage abweichend (obere und untere Seite zu lang). Lediglich von SKIGA-Kindern mit $p < 0.05$ abgelehnt.

Figur 7

Dieses im Vergleich zur Vorlage "zu niedrige", symmetrische Trapez stimmt in den Winkeln mit der Vorlage überein. Im SKIGA und in der SCHULE mit $p < 0.001$ akzeptiert.

Figur 8

Bei dieser Figur weichen die Winkel um 10^0 von der Vorlage ab ("zu falsch"). Im Gegensatz zur Figur 2 wird diese Figur von allen Gruppen signifikant akzeptiert (KIGA und SCHULE: $p < 0.001$, SKIGA: $p < 0.01$).

Figur 9

Diese Figur schließlich zeigt ein "zu hohes", symmetrisches Trapez, wenngleich die Winkel mit der Vorlage übereinstimmen. Die Darstellung wird abgelehnt (KIGA: $p < 0.01$; SKIGA: $p < 0.05$; SCHULE: $p < 0.001$).

Auch hier bestätigt sich insgesamt die Tendenz, daß die Kinder ähnliche Figuren bevorzugen, also die formbestimmenden Qualitäten, Seitenverhältnisse und Winkel beachten (Figuren 1 und 3). Verletzung wesentlicher charakterisierender Eigenschaften der Figur wie Parallelität und Symmetrie führt bei den Kindern deutlich zur Ablehnung (Figuren 4 und 5).

Zu demselben Resultat führen aber auch zu starke Abweichungen von den korrekten Winkeln (Figur 2) und deutliche Mißachtung der Seitenverhältnisse (Figur 9). Sind die

Abweichungen nicht so stark, werden die Figuren von den Kindern offenbar als 'gleich' akzeptiert (Figuren 7 und 8).

Tab. 5.12: Auswahl von Figuren bei visueller Diskrimination, Parallelogramm (k = durchschn. Anzahl von Ankreuzungen je Blatt)

Nummer der Fig.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	k
KIGA	35	10	25	26	17	10	24	16	27	3.73
SKIGA	10	1	14	8	11	6	10	6	12	3.00
SCHULE	49	2	48	26	8	8	31	10	16	3.25
GESAMT	94	13	87	60	36	24	65	32	55	3.38

Für den Fall des Parallelogramms¹ ist der χ^2 -Test für die Gruppe der Schulkindergartenkinder lediglich auf dem 10 %-Niveau signifikant. (kritischer Wert: $\chi^2 = 13,4$). Das bedeutet, daß man bei der Diskrimination des Parallelogramms in der Gruppe der Schulkindergartenkinder nur mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 % davon ausgehen kann, daß die Kinder ihre Auswahl nicht zufällig getroffen haben. Bei den übrigen Versuchsgruppen ist dagegen das Ergebnis wie für die anderen Figuren hochsignifikant von einem Zufallsergebnis verschieden ($p < 0.001$, kritischer Wert: $\chi^2 = 26.1$).²

Figur 1

Zur Vorlage ähnliches Parallelogramm; zu groß. Die Figur wird in KIGA und SCHULE hochsignifikant akzeptiert ($p < 0.001$).

Figur 2

Parallelogramm, dessen Winkel um 20° von der Vorlage ab-

1) Vgl. Abb. 4.13

2) Vgl. dazu Tab. 7.5 im Anhang

weichen. Wird wie Figur 2 beim Trapez von allen Gruppen deutlich abgelehnt ($p < 0.001$).

Figur 3

Zur Vorlage ähnliches Parallelogramm, zu klein. Die Figur wird in SKIGA und SCHULE signifikant akzeptiert (SKIGA: $p < 0.05$, SCHULE: $p < 0.001$).

Figur 4

Parallelogramm, das in den Winkeln mit der Vorlage übereinstimmt, Grundseite im Vergleich zur Vorlage zu lang. Hier gibt es keine signifikanten Ergebnisse.

Figur 5

Kein Parallelogramm: Zur Grundseite gegenüberliegende Seite ist nicht parallel (Abweichung: ca. $7,5^\circ$). Wird von den Schulkindern hochsignifikant abgelehnt ($p < 0.001$).

Figur 6

Kein Parallelogramm: Die schrägen Seiten sind nicht parallel zueinander (Abweichung: 20°). Diese Figur wird in KIGA und SCHULE hochsignifikant abgelehnt ($p < 0.001$).

Figur 7

Parallelogramm mit zur Vorlage übereinstimmenden Winkeln, jedoch niedriger als die Vorlage. Annahme durch Schulkinder mit $p < 0.01$.

Figur 8

Parallelogramm mit um 10° von der Vorlage abweichenden Winkeln. Ablehnung in allen Gruppen, signifikant für Schulkinder mit $p < 0.001$ (KIGA: $p < 0.1$).

Figur 9

Parallelogramm mit zur Vorlage übereinstimmenden Winkeln, allerdings höher als die Vorlage. Annahme durch Kindergartenkinder ($p < 0.05$; SKIGA: $p < 0.1$). Durch Schulkinder jedoch abgelehnt, wenngleich nur mit $p < 0.1$ (kritischer Wert für $p < 0.05$: $u = 1.65$).

Die Ergebnisse beim Parallelogramm weisen nicht so deutliche Ausprägungen auf wie etwa das Wahlverhalten am

Trapez. Vor allem ist zu berücksichtigen, daß die Ergebnisse der Schulkindergartengruppe gemäß der fehlenden statistischen Sicherheit vorsichtig zu interpretieren sind. Dennoch bleibt festzuhalten, daß auch hier deutliche Zustimmung bei zur Vorlage ähnlichen Figuren zu finden ist (Figur 1 und 3), während Figuren mit starken Abweichungen in den charakterisierenden Eigenschaften auf Ablehnung stoßen (Figur 6), wenngleich sich dies bei Figur 5 nicht in den Ergebnissen von KIGA und SKIGA niederschlägt; allerdings betrug in diesem Fall die Abweichung von der Parallelen auch nur ca. $7,5^{\circ}$. Mit der Ablehnung der Figuren 2 und 8 wird bestätigt, daß die Kinder die Größe der Winkel zu beachten versuchen und stärkere Abweichungen zurückweisen.

Zusammenfassend bleibt zu diesen Ergebnissen zu sagen, daß die Kinder aller Versuchsgruppen bei der Auswahl der Figuren darauf achten, daß möglichst wenig Abweichungen zu den euklidisch-metrischen Eigenschaften der vorgegebenen Figur vorliegen. Dabei ist abzusehen von Lageveränderungen, die die Kinder nicht zu akzeptieren scheinen.

In allen Versuchsgruppen zeigt sich - am deutlichsten bei den Ergebnissen für das Trapez -, daß charakteristische Merkmale der Figur wie Parallelität und Symmetrie als notwendige Eigenschaften verlangt werden. Abweichungen in der Größe der Winkel und im Verhältnis der Seiten zueinander werden nur in Grenzen hingenommen.

Offenbar sind die Kinder also in der Lage, an geometrischen Figuren euklidisch-metrische Eigenschaften sehr wohl visuell zu diskriminieren.¹ Das legt die Vermutung nahe, daß sie auch bei eigenen Reproduktionsleistungen

1) Dieses Ergebnis ist nicht überraschend. Schon H. NICKEL berichtet von einem hohen Standard in den Fähigkeiten zur Detailerfassung bei Kindern im Kindergarten- und Einschulungsalter. Vgl. NICKEL 1967.

Mängel in der Wiedergabe euklidisch-metrischer Eigenschaften erkennen.

Damit sind jedoch hinreichende Voraussetzungen bei der Fähigkeit zu visueller Formdiskrimination gegeben, so daß eine sinnvolle Beschäftigung mit der Reproduktion geometrischer Formen unter Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften möglich scheint.

Es bleibt noch darauf hinzuweisen, daß bei den Schulkindern offenbar die stärkste Tendenz bestand, bestimmte Figuren abzulehnen oder auszuwählen. Insgesamt ist das Wahlverhalten nur in 4 von 27 Fällen (Q1 und T je einmal, P zweimal) nicht signifikant von einem Zufallsergebnis zu unterscheiden, wenn man ein Signifikanzniveau von 5 % verlangt. (Zum Vergleich: in Kindergarten waren danach 13, im Schulkindergarten 12 Fälle nicht signifikant).

Dieses Verhalten bringt dabei nicht notwendig eine bessere Diskriminationsleistung der Schulkinder zum Ausdruck. Die Wahlhäufigkeit der Schulkinder weicht kaum von der Wahlhäufigkeit der Kinder aus anderen Versuchsgruppen ab (vgl. Tabellen), obwohl keine der angebotenen Figuren in allen Eigenschaften mit der Vorlage übereinstimmt. Kein Schulkind verweigerte die Auswahl von Figuren, wie es im Kindergarten in zwei Fällen (jeweils beim Quadrat auf der Spitze) geschah, "weil davon keins richtig ist!". Man kann allerdings davon ausgehen, daß die Schulkinder stärkere Präferenzen für die Beachtung bestimmter Eigenschaften geometrischer Figuren entwickelt haben. Darüber lassen die Ergebnisse keine Zweifel.

5.3 Die Berücksichtigung formspezifischer Eigenschaften bei der Reproduktion ebener geometrischer Figuren bei Kindern im Kindergarten, Schulkindergarten und ersten Schuljahr

5.3.1 Instruktion und Durchführung

An den Versuchen zur zeichnerischen Wiedergabe geometrischer Figuren nahmen insgesamt 143 Kinder teil. Von ihnen stammten 55 aus dem Kindergarten, 26 Kinder befanden sich im Schulkindergarten und 62 Kinder in der ersten Jahrgangsstufe der Grundschule.

Für die Reproduktionen mit Hilfe der Stäbchentechnik wurden nur Kindergarten- und Schulkindergartenkinder herangezogen, da diese beiden Gruppen vornehmlich die Zielgruppe der Untersuchung darstellten und die Durchführung der Nachklebeaufgaben in der Schule mit zu großem zusätzlichen Aufwand verbunden gewesen wäre. So nahmen an diesen Aufgaben lediglich 56 Kindergarten- und 26 Schulkindergartenkinder teil. Während von diesen 56 Kindergartenkindern nur 51 an den Zeichenaufgaben wie an den Nachklebeaufgaben teilgenommen haben, waren alle 26 Schulkindergartenkinder an beiden Arten von Aufgaben beteiligt.

Im Gegensatz zu früher dargestellten Untersuchungen wurde für die Reproduktionsaufgaben für jede geometrische Figur ein eigenes Arbeitsblatt zur Verfügung gestellt, wobei dies beim Zeichnen so aufgeteilt war, daß es Platz für zwei Reproduktionen ließ.¹ Die Reihenfolge der Durchführung war in allen Fällen übereinstimmend: Q1, Q2, T, P.

Die Instruktionen wurden nach Vorlage des ersten Arbeits-

1) Vgl. Abb. 5.2

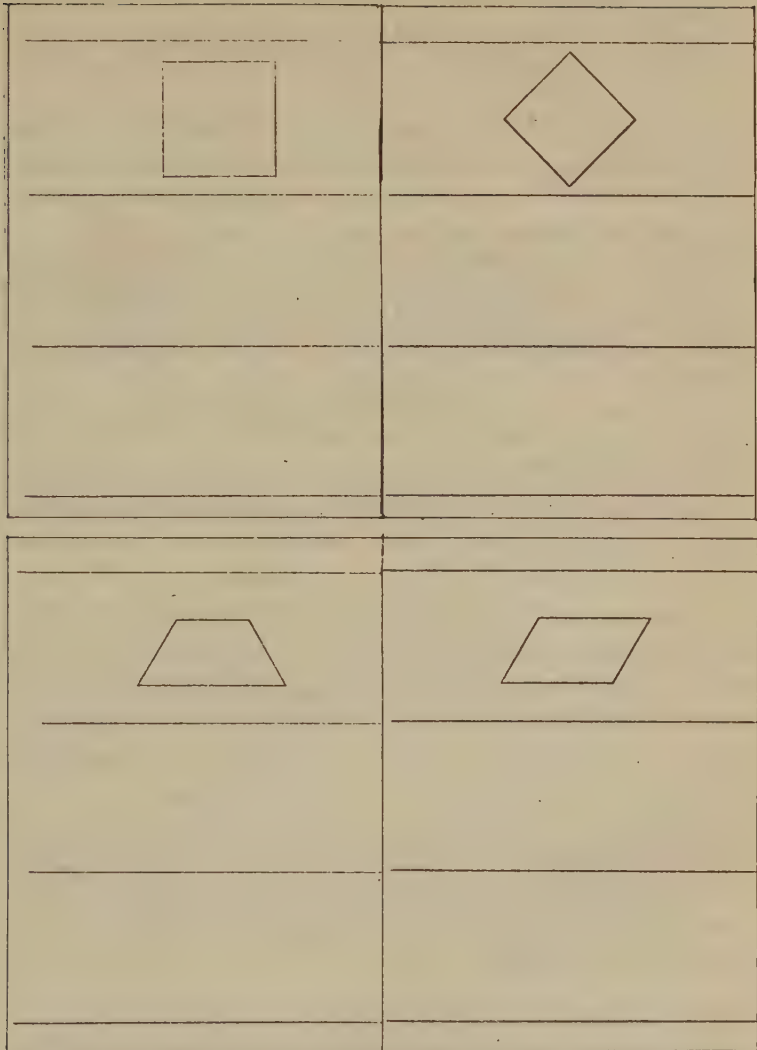


Abb. 5.2: Arbeitsblätter zur zeichnerischen Reproduktion
(Originalgröße: DIN A 4)

blattes inhaltlich übereinstimmend folgendermaßen gegeben:

"Ich habe hier für euch ein Blatt; darauf ist eine Figur vorgezeichnet.

(An dieser Stelle wurden spontane Äußerungen der Kinder abgewartet, wie Fenster, Viereck, Quadrat o.ä. und beständig aufgegriffen).

Ich möchte wissen, ob ihr diese Figur¹ genauso nachzeichnen könnt!

Versucht einmal, die Figur¹ ganz genau direkt darunter nachzuzeichnen."

Nachdem die Kinder mit der ersten Zeichnung fertig sind, wird die Instruktion fortgesetzt:

"Nun seht euch genau an, wie eure Zeichnung geworden ist. Ihr habt darunter noch Platz, versucht doch einmal, die Figur darunter noch besser zu zeichnen. Auch wenn sie schon gut geworden ist, versucht, ob ihr es noch besser könnt."

Danach erhalten die Kinder die folgenden Blätter mit dem wiederholten Hinweis auf den Versuch, es beim zweitenmal besser zu machen:

"Hier ist es genauso. Oben ist eine Figur vorgezeichnet. Versucht zuerst, die Figur genau nachzuzeichnen. Seht euch die Figur genau an und versucht, sie unten noch besser zu machen."

Bei der Aufgabe, die vorgelegten Figuren mit Hilfe von Holzstäbchen zu rekonstruieren, indem geeignete Stäbchen auf ein Blatt aufgeklebt wurden, standen Kindern Holzstäbchen mit quadratischem Querschnitt der Seitenlänge 2 mm in den Längen 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 Zentimeter zur Verfügung, aus denen sie beliebig auswählen konnten. Die Vorlagen, auf von den Blättern zum Aufkleben getrennten Karten, stimmten mit den Vorlagen beim Zeichnen überein. Die Instruktion zu den Nachklebeaufgaben unterschied sich daher zu der vorherigen Instruktion nur durch den zusätzlichen Hinweis:

"Klebt mit den Stäbchen die Figur auf das Blatt. Gebt Acht! Es gibt kurze Hölzchen und lange Hölzchen, viele verschiedene Sorten. Ihr könnt sie euch aussuchen. Klebt die Figur genauso auf, wie sie aussieht."

1) oder hier von den Kindern genannte Bezeichnungen

Da jede Figur nur einmal aufzukleben war, entfiel der Hinweis, sich um Verbesserung bei Wiederholung zu bemühen. Weitere Hinweise zur Aufgabe wurden nicht gegeben, dagegen wurden, wenn nötig, technische Hilfen¹ gegeben, wenn die Technik des Klebens zuviel Schwierigkeiten bereitete, aber nur soweit, wie die Hilfe ohne Einfluß auf die Reproduktion der vorgelegten Figur blieb.

Die Durchführung zeigte, daß die Instruktionen ohne Schwierigkeiten verstanden wurden. Besondere Reaktionen geben Hinweise auf unterschiedliche Vorstellungen, die mit den Aufgaben verbunden waren, und werden im Anschluß an die Darstellung der Ergebnisse zu diskutieren sein.

Während man davon ausgehen kann, daß die zeitliche Dauer der Durchführung der zeichnerischen Reproduktionen ohne Einfluß auf die Leistungen der Kinder war - kein Kind, das an den Zeichenaufgaben teilnahm, gebrauchte mehr als 15 Minuten für die insgesamt acht Zeichnungen der vier Figuren-, muß festgehalten werden, daß für das Aufkleben der vier Figuren von den Kindern 20 bis 30 Minuten benötigt wurden, ein Zeitraum, der im Kindergarten in einigen extremen Fällen sogar noch überschritten wurde.

Da die Kinder in der gesamten Zeit zunächst recht angespannt arbeiteten, kann nicht ausgeschlossen werden, daß nachlassende Konzentration die Leistungen einiger Kinder gegen Ende der Zeit - dies betrifft dann vor allem die Wiedergabe des Parallelogramms - negativ beeinflußt hat.

Über die Rohdaten wurden zunächst Statistiken wie Mittelwert, Standardabweichung, Minimum-Maximum, Variationsweite (Range), Standardfehler sowie auch Häufigkeiten ermittelt.

Um die Ergebnisse weiteren statistischen Verfahren wie

1) es handelte sich z.B. um Abstreifen des Klebstoffs, Dosierung etc.

Tests, Berechnung von Korrelationskoeffizienten etc. unterwerfen zu können, erschien es notwendig, die Daten der Gesamtstichprobe auf Normalverteilung zu prüfen.¹ Was sich bereits der Darstellung der Häufigkeitsverteilungen² entnehmen läßt, wurde in den Tests bestätigt. Nur wenige Variable hielten der Prüfung stand und konnten noch als schwach angepaßt an die Normalverteilung angenommen werden.

Die fehlende Voraussetzung der Normalverteilung zwang damit zur Anwendung parameterfreier Prüfverfahren³, wie sie im folgenden angewandt wurden.

5.3.2 Die Berücksichtigung der Eigenschaften des Quadrats in Normallage

a) Die Wiedergabe der Winkel und Parallelen

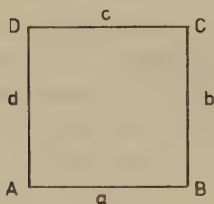


Abb. 5.3: Quadrat in Normallage mit Bezeichnungen von Ecken und Seiten

Die Qualität der Wiedergabe der Winkel sowie der Parallelität der gegenüberliegenden Seiten zeigt in allen Versuchsgruppen ein sehr hohes Niveau.⁴ In keiner der Ver-

1) χ^2 -Test, dazu CLAUSS und EBNER 1971, S. 195

2) S. Abbildungen im folgenden Abschnitt

3) insbesondere U-Test von MANN und WHITNEY, s. CLAUSS und EBNER 1971, S. 205 ff. und WILCOXON-Test, ebd., S. 222 ff.

4) Vgl. dazu Tab. 7.7 im Anhang

suchsgruppen wurde die Punktzahl 5 als durchschnittliche Bewertung unterschritten. Auch wenn man die einzelnen Winkel betrachtet, ändert sich dieses Bild nicht, die niedrigste Bewertung für einen Winkel erfolgte für den Winkel in B¹ mit einem Mittelwert von 4,70 für die Schulkindergartengruppe bei der Wiederholung des Zeichnens. Damit beträgt in allen Versuchsgruppen bei jedem der Versuche die durchschnittliche Abweichung vom korrekten Winkel bzw. der Winkel zwischen im Original als parallel dargestellten Seiten erheblich weniger als 10° und zwar auch bei der zeichnerischen Wiedergabe.

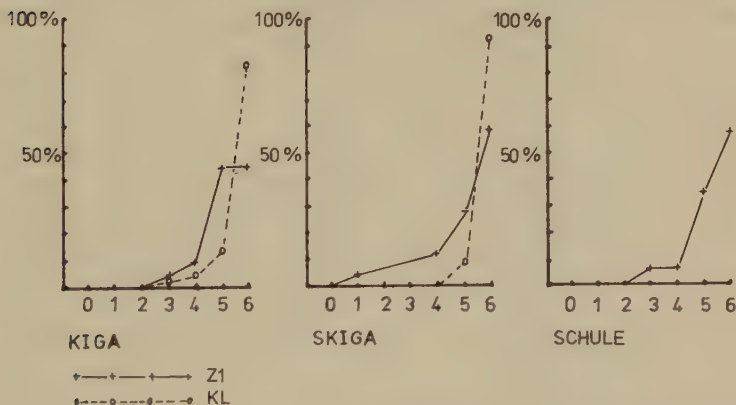


Abb. 5.4: Häufigkeiten der Punktzahlen für die Wiedergabe der Winkel, Quadrat in Normallage (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)²

Abb. 5.4 zeigt die Häufigkeit der Punktzahlen bei der Wiedergabe der Winkel (in % der Anzahl der Versuchspersonen in der Versuchsgruppe) beim ersten Zeichnen und bei der Stäbchentechnik.³

1) Siehe Abb. 5.3

2) mit Z1 wird der erste Zeichenversuch, mit KL die Reproduktion durch Aufkleben bezeichnet.

3) Vgl. auch Tab. 7.8 im Anhang

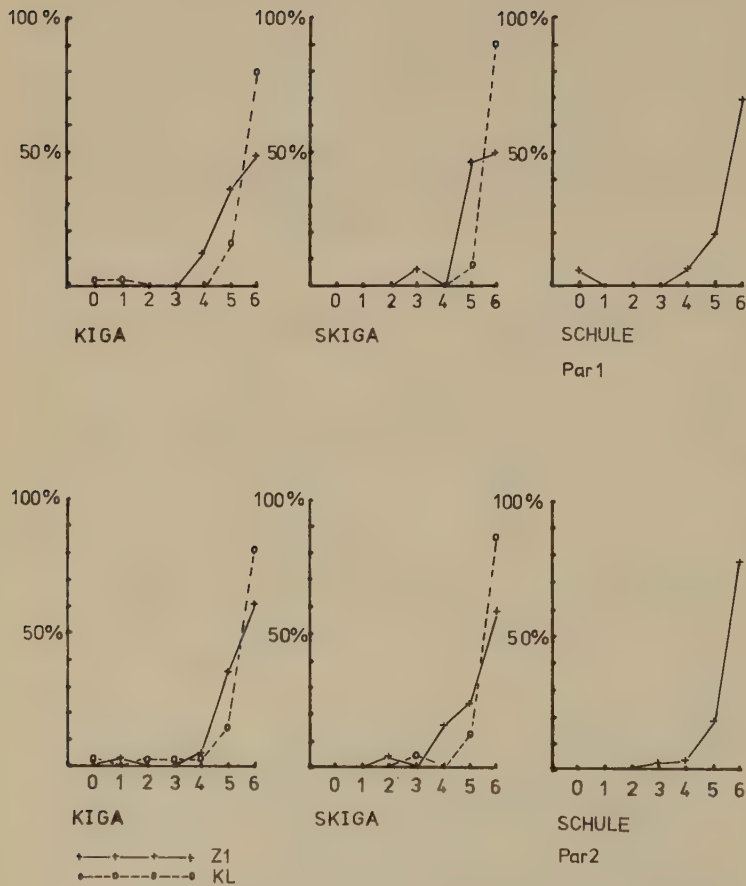


Abb. 5.5: Häufigkeiten der Punktzahlen für die Wiedergabe der Parallelen, Quadrat in Normallage (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %) ¹

1) Hier wie im folgenden wird mit Par1 jeweils das Parallelenpaar a-c, mit Par2 das Parallelenpaar b-d bezeichnet

Die Schiefe der Verteilungen zeigt ein extrem hohes Leistungsniveau. Dasselbe gilt auch für die Wiedergabe der Parallelen, deren Verteilung in Abb. 5.5 dargestellt ist.¹ Trotz des bereits hohen Anteils korrekter Lösungen beim Zeichnen ist die Quote der Höchstpunktzahlen bei der Stäbchentechnik noch bemerkenswert höher.

Tab. 5.13: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe von Winkeln und Parallelen am Quadrat in Normallage (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
W	Z1	43.6	57.7	56.5	51.8
	Z2	49.1	50.0	41.9	46.2
	KL	82.1	92.3	----	85.4
Par1	Z1	49.1	50.0	69.4	58.0
	Z2	56.4	69.2	64.5	62.2
	KL	80.4	92.3	----	84.2
Par2	Z1	60.0	57.7	77.4	67.1
	Z2	58.2	65.4	59.7	60.1
	KL	80.4	84.6	----	81.7

Sieht man sich die Anteile der korrekten Lösungen genauer an, die einer durchschnittlichen Abweichung von weniger als 5^0 vom rechten Winkel entsprechen (Tab. 5.13), so sind es 51,8 % der Kinder, die in der ersten Zeichnung mindestens 5,5 Punkte für die Wiedergabe der Winkel erhalten, im zweiten Zeichnen immerhin noch 46,2 %. Bei der Wiedergabe der Parallelität sind es sogar 58 % der Kinder, die bei der Wiedergabe der horizontalen Parallelen, 67,1 % der Kinder, die bei der Wiedergabe der vertikalen Parallelen diesen hohen Punktwert erhalten.

1) Vgl. auch Tab. 7.9 und Tab. 7.10 im Anhang

Auffallend ist die deutliche Steigerung des Anteils korrekter Lösungen bei der veränderten Methode der Wiedergabe: Die Reproduktionen mit Hilfe von Holzstäbchen weisen bei allen drei Aspekten, den Winkeln und den beiden Parallelpaaaren, in jeder der beteiligten Versuchsgruppen mehr als 80 % korrekter Lösungen auf.

Eine statistische Prüfung dieser Steigerung durch den McNEMAR Test¹ ergab hochsignifikante Werte zwischen dem ersten Zeichnen und der Stäbchentechnik (im Schulkindergarten auf 1 %-, im Kindergarten auf 0.1 %-Niveau). Die Verbesserung der Leistungen beschränkt sich nicht nur auf den Anteil der korrekten Lösungen. Auch der WILCOXON-Test² für abhängige Stichproben weist die Leistungsstei-

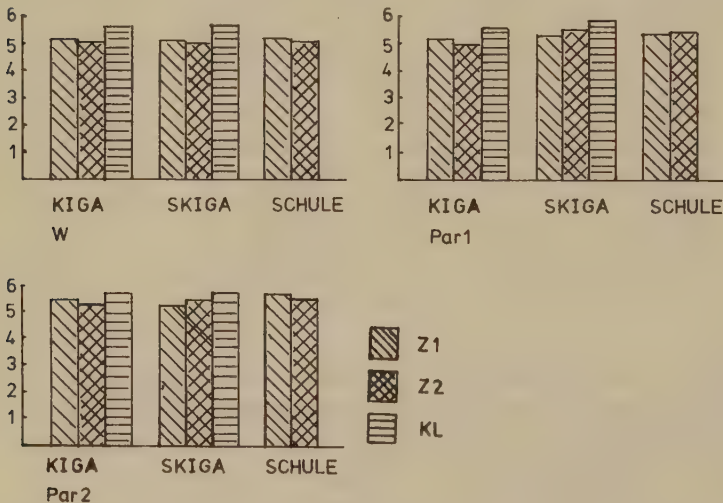


Abb. 5.6: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe von Winkeln und Parallelen, Quadrat in Normallage³

1) Vgl. dazu CLAUSS und EBNER 1971, S. 243.

2) CLAUSS und EBNER 1971, S. 222 ff.

3) Hier und im folgenden wird mit W die Wiedergabe der Winkel, mit Par1 und Par2 wieder die Parallelenpaare a-c bzw. b-d und mit Z1, Z2, KL der erste bzw. zweite Zeichenversuch und das Aufkleben der Stäbchen bezeichnet.

gerung in der Stäbchentechnik als statistisch hochsignifikant abgesichert aus.

Unterschiede zwischen den Ergebnissen der einzelnen Versuchsgruppen sind dagegen nicht so stark, wie schon die relativ geringen Unterschiede zwischen den Mittelwerten andeuten.¹

Eine Signifikanzprüfung der Gruppenunterschiede im Anteil korrekter Lösungen, wie sie in Tab. 5.13 zum Ausdruck kommen², ergab lediglich für zwei Variablen jeweils beim ersten Zeichnen einen signifikanten Unterschied im Anteil korrekter Lösungen im Kindergarten und Schulkindergarten und zwar bei der Wiedergabe der beiden Parallelenpaare (für beide Variablen: $p < 0.05$). Bei den beiden Variablen gab es jedoch bei der Wiederholung der Zeichnung bereits keine signifikanten Unterschiede mehr im Anteil korrekter Lösungen.

Die Unterschiede zwischen Schulkindergartengruppe und Schulkindern bei diesen beiden Variablen waren zwar ebenfalls deutlicher als die übrigen Unterschiede ($p < 0,10$), jedoch nicht auf dem 5 %-Niveau signifikant.

Der U-Test³ für unabhängige Stichproben bestätigte diese Unterschiede in diesen Variablen für den Vergleich zwischen KIGA und SCHULE auf dem Signifikanzniveau von 5 % und beim Zeichnen der waagerechten Parallelen zwischen SKIGA und SCHULE auf dem 10 %-Niveau.

b) Die Wiedergabe der Seitenverhältnisse

Bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse bestätigt sich

1) Vgl. Abb. 5.6

2) χ^2 -Test von Häufigkeiten bei unabhängigen Stichproben, vgl. CLAUSS und EBNER 1971, S. 229 f.

3) Vgl. dazu CLAUSS und EBNER 1971, S. 205 ff.

das hohe Leistungsniveau der Kinder bei der Reproduktion des Quadrats in Normallage. Die Mittelwerte liegen in allen Versuchsgruppen bei jedem Reproduktionsverfahren deutlich über 5 Punkten (s. Abb. 5.7). Dies entspricht einer Größenabweichung von je zwei Seiten um im Mittel weniger als 10 %.

Die Ergebnisse müssen jedoch noch stärker differenziert werden. Tab. 5.14 zeigt die durchschnittlichen Punktzahlen für einzelne Paare von Seiten.

Tab. 5.14: Ergebnisse bei der Reproduktion des Quadrats in Normallage: Wiedergabe einzelner Seitenverhältnisse (GESAMT, N = 143 für Z1 u. Z2, N = 82 für KL)

	a:c	b:d	a:d	+
Z1	5.54 1.12	5.71 0.60	5.05 1.31	$\bar{x}$ s
Z2	5.59 0.93	5.72 0.65	5.01 1.26	$\bar{x}$ s
KL	5.67 1.04	5.90 0.37	5.43 1.42	$\bar{x}$ s

+ Vgl. dazu Abb. 5.3

Diese Ergebnisse zeigen, daß das Verhältnis der parallelen Seitenpaare besser wiedergegeben wird, als das Verhältnis der nebeneinanderliegenden Seiten. (Für letzteres wurde das Verhältnis der Seiten, die die Ecke A bilden - s. Abb. 5.3 - herangezogen).

Die stärkere Beachtung des Verhältnisses gegenüberliegenden Seiten führt im Ergebnis zu Figuren, die eher einem nichtquadratischen Rechteck ähneln.

Ferner zeigen sich leichte Niveauunterschiede in der Qualität der Wiedergabe des Verhältnisses der vertikalen Seiten sowie der horizontalen Seiten.

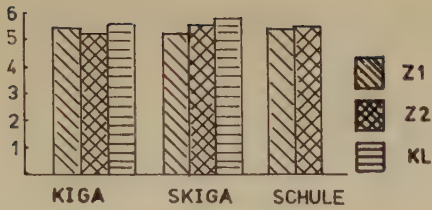


Abb. 5.7: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse, Quadrat in Normallage

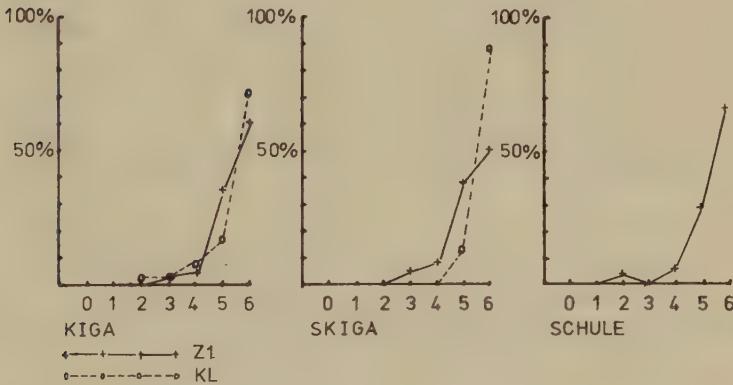


Abb. 5.8: Häufigkeiten der Punktzahlen für die Wiedergabe der Seitenverhältnisse, Quadrat in Normallage (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Insgesamt zeigt jedoch Abb. 5.8, daß es auch in der Wiedergabe der Seitenverhältnisse am Quadrat in Normallage keine Fehlleistungen gibt. Die Quote der Höchstpunktzahlen übersteigt beim ersten Zeichnen wie bei der Stäbchentechnik in allen Versuchsgruppen 50 %.

Im Anteil der korrekten Lösungen¹ gibt es jedoch in den einzelnen Versuchsgruppen unterschiedliche Ergebnisse. Zeigt sich der Anteil der korrekten Lösungen im Kinder-

1) S. Tab. 5.15

Tab. 5.15: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse am Quadrat in Normallage (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
SV	Z1	60.0	50.0	64.5	60.2
	Z2	41.8	65.3	66.1	56.6
	KL	71.5	88.5	----	76.8

garten beim ersten Zeichnen noch deutlich höher als im Schulkindergarten (wenngleich nicht signifikant), so bleibt dieser Anteil beim zweiten Zeichnen signifikant hinter dem Ergebnis in SKIGA und SCHULE zurück ($p < 0.05$ bzw. $p < 0.01$). Auch beim Nachkleben ist der Anteil der korrekten Lösungen im SKIGA höher als im KIGA.¹ Der Leistungsabfall der Kindergartenkinder beim zweiten Zeichnen ist so deutlich, daß auch im U-Test die schwächere Leistung im Vergleich zu SKIGA und SCHULE signifikant bestätigt wird ($p < 0.05$ bzw. $p < 0.01$).

Die Stäbchentechnik führt erneut zu einer Leistungssteigerung, statistisch signifikant allerdings nur im SKIGA (bzw. in der Gesamtgruppe KIGA zusammen mit SKIGA) (McNEMAR: $p < 0.01$; WILCOXON: $p < 0.01$).

c) Die Ähnlichkeit zur Vorlage beim Quadrat in Normallage

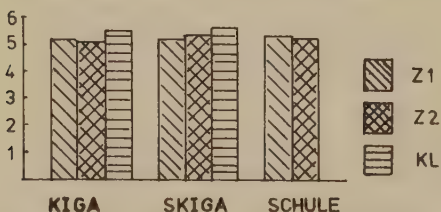


Abb. 5.9: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Ähnlichkeit, Quadrat in Normallage

In der Bewertung der Ähnlichkeit werden die Ergebnisse für Winkel und Seitenverhältnisse zusammengefaßt. Dies führt zu demselben hohen Niveau in den Mittelwerten wie es sich bereits bei Winkeln und Seitenverhältnissen gezeigt hat.²

1) S. auch Tab. 7.12 im Anhang

2) Vgl. Abb. 5.9 und im Anhang Tab. 7.13

Von besonderem Interesse ist hier, ob der Anteil der korrekten Lösungen den gleichen Stand erreicht wie bei den zuvor beschriebenen Variablen, was bedeuten würde, daß in etwa dieselben Kinder sowohl bei Winkeln wie bei Seitenverhältnissen die maximale Punktzahl erreichen. Abb. 5.10 zeigt, daß dies in der Tat der Fall ist. Die Kurven der Verteilung der Punktwerte sind in keiner Weise nivelliert.¹

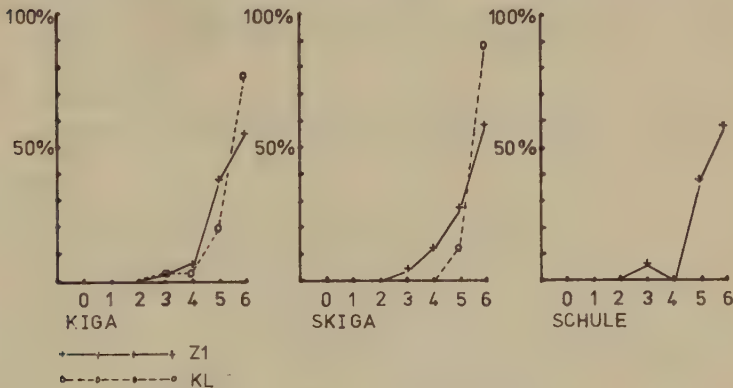


Abb. 5.10: Häufigkeiten der Punktzahlen für die Wiedergabe der Ähnlichkeit, Quadrat in Normallage (Anteil der jew. Versuchsgruppen in %)

Die Untersuchung der korrelativen Zusammenhänge zwischen den Leistungen bei den verschiedenen Variablen soll allerdings einem späteren Punkt vorbehalten bleiben.

Tab. 5.16: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Ähnlichkeiten am Quadrat in Normallage (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
Ä	Z1	54.5	57.7	58.1	56.6
	Z2	41.9	69.3	56.5	53.1
	KL	76.9	88.5	----	80.5

1) Vgl. auch Tab. 7.14 im Anhang

Der prozentuale Anteil von Leistungen, die mit 5,5 Punkten und mehr bewertet wurden, liegt hier in einer vergleichbaren Höhe, z.T. sogar höher als der entsprechende Anteil bei Winkeln und Seitenverhältnissen. Da der Wert für Ähnlichkeit durch das arithmetische Mittel zwischen Bewertung von Winkeln und Bewertung von Seitenverhältnissen ermittelt wurde, - Abweichungen kommen durch Rundungsfehler zustande - erklärt sich der Anstieg daraus, daß eine Reihe von Versuchspersonen einen 5,5 nur wenig unterschreitenden Wert für die eine Variable durch eine entsprechend höhere Bewertung in der anderen Variablen ausgleichen konnte.

Zwischen den Versuchsgruppen zeigt sich ein signifikanter Unterschied im Anteil der korrekten Lösungen nur zwischen Kindergarten und Schulkindergarten beim zweiten Zeichnen ($p < 0.05$), ein Unterschied, der sonst nicht zum Tragen kommt und wohl aus der Tatsache resultiert, daß gerade bei dieser Variablen die Kindergartenkinder sich gegenüber dem ersten Zeichnen verschlechtert haben, während die Schulkindergartenkinder sich verbesserten.

Was für die Kinder in diesen beiden Gruppen weiter auffällt, ist der deutliche Zuwachs im Anteil korrekter Lösungen bei der Methode der Reproduktion durch Aufkleben von Hölzchen, in hohem Grade bestätigt durch das Ergebnis des WILCOXON-Test, der in beiden betroffenen Versuchsgruppen sowie für beide zusammen Werte liefert, die die obige Aussage mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von weniger als 0.1 % absichern.

Bei der Wiedergabe der Größe wurden nicht so hohe Punktzahlen erreicht, wie es bei den vorigen Variablen der Fall war.¹ Der naheliegende Schluß, daß die Kinder womöglich der Wiedergabe der Größe weniger Bedeutung bei-

1) S. Tab. 7.15 im Anhang

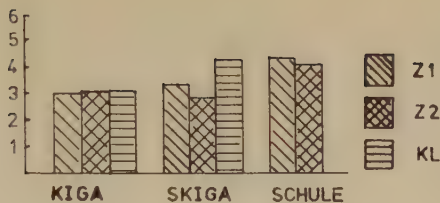


Abb. 5.11: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Größe, Quadrat in Normallage

messen als der Wiedergabe formbestimmender Qualitäten muß jedoch noch zurückgestellt werden, da ein direkter Vergleich der Punktzahlen nicht möglich ist; schließlich sind die Bewertungskriterien nicht unmittelbar vergleichbar.

Zu vermerken ist jedoch, daß die sonst beobachtete Steigerung der Punktzahl beim Nachkleben der Figuren lediglich in der Schulkindergartengruppe beobachtet wurde. Der WILCOXON-Test ist dabei signifikant auf dem 5 %-Niveau, der Anstieg im Anteil korrekter Lösungen läßt sich mit dem McNEMAR-Test allerdings nur auf dem 10 %-Niveau absichern. Dagegen bleibt der Mittelwert im KIGA auf gleichem Niveau, obwohl der Anteil korrekter Lösungen signifikant ($p < 0.05$) ansteigt.¹ Diese Tatsache wird für die Interpretation der Ergebnisse nicht ohne Bedeutung sein.

Der Anteil der korrekten Lösungen bei der Wiedergabe der Größe liegt erheblich niedriger als bei den zuvor beschriebenen Variablen. Obwohl auf den ersten Blick zwischen den Gruppen im Anteil korrekter Lösungen erhebliche Unterschiede zu bestehen scheinen, erweist sich keiner der Unterschiede als signifikant. Der WILCOXON-Test jedoch zeigt, daß die Leistungen der Gruppe der Schulkin-

1) Vgl. auch Abb. 5.12 und im Anhang Tab. 7.16

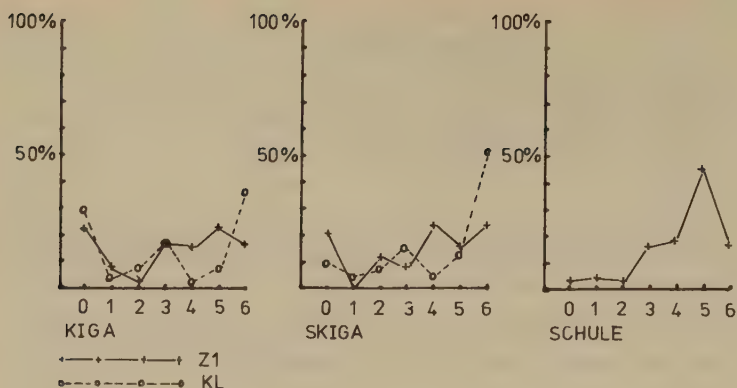


Abb. 5.12: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Größe, Quadrat in Normallage (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Tab. 5.17: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Größe am Quadrat in Normallage (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
G	Z1	16.4	23.0	16.2	17.5
	Z2	7.3	15.4	4.8	7.7
	KL	35.8	50.0	----	40.2

der insgesamt im Mittel signifikant über den Leistungen im KIGA und SKIGA lagen ($p < 0.01$ bzw. $p < 0.05$).

5.3.3 Besonderheiten bei der Reproduktion des Quadrats auf der Spitze

Die Reproduktion des auf die Spitze gestellten Quadrats hatte sich in vorherigen Aufgabenstellungen stets als

eine der schwierigsten Aufgaben abgezeichnet. Als einzige aller Figuren enthielt sie nur 'Schrägen' relativ zum 'Bezugssystem Arbeitsblatt' bzw. zu einer intuitiven Koordinateneinteilung oben-unten, rechts-links.

a) Die Wiedergabe der Winkel und Parallelen

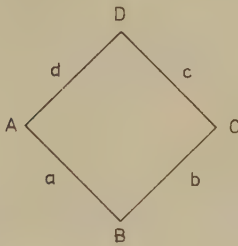


Abb. 5.13: Quadrat auf der Spitze mit Bezeichnungen der Ecken und Seiten

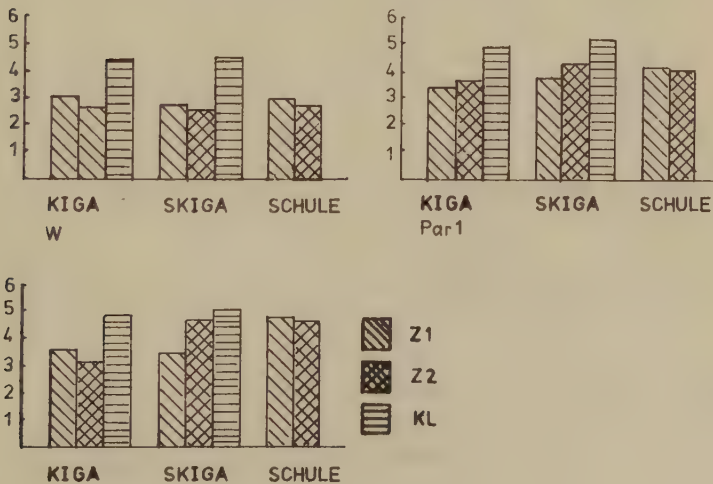


Abb. 5.14: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe von Winkeln und Parallelen, Quadrat auf der Spitze

Die Wiedergabe der Winkel sowie der Parallelität gegenüberliegender Seiten zeigt ein deutlich niedriges Niveau im Vergleich zu den Leistungen beim Quadrat in Normallage. Die Leistungen entsprechen im Mittel einer Abweichung von mehr als 15° von der korrekten Darstellung.¹

Bei der Bewertung der einzelnen Winkel zeigen sich dabei keine wesentlichen Unterschiede, wenngleich die Ergebnisse der einzelnen Kinder bei der Darstellung der Figur vielfach zeigen, daß einzelne Winkel besonders gut dargestellt werden. Offenbar zeigte sich hier jedoch keine Tendenz, daß von den Kindern bestimmte Winkel bevorzugt wurden.

Tab. 5.18: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe von Winkeln und Parallelen am Quadrat auf der Spitze (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
W	Z1	0.0	0.0	3.2	1.4
	Z2	3.6	0.0	8.1	4.9
	KL	35.7	30.8	----	34.1
Par1	Z1	16.4	30.8	27.4	23.8
	Z2	32.7	30.8	30.6	31.5
	KL	57.1	53.8	----	56.1
Par2	Z1	21.8	38.5	38.7	32.2
	Z2	20.0	30.8	35.5	28.7
	KL	64.3	53.8	----	61.0

Die Verbesserung der Wiedergabe bei Anwendung von Holzstäbchen führt bei dieser Figur zu besonders erheblichen Unterschieden. Die Abweichungen betragen bei der Stäbchentechnik im Durchschnitt erheblich weniger als 15° ,

1) Vgl. auch im Anhang Tab. 7.17

bei den Parallelen zum Teil unter 10^0 . Die Steigerung ist in allen drei Eigenschaften, den Winkeln und den beiden Parallelenpaaren, hoch signifikant. (WILCOXON-Test mit $p < 0.001$).

Die Abbildungen 5.15 und 5.16 bringen die Verbesserung auch in der Verteilung zum Ausdruck.

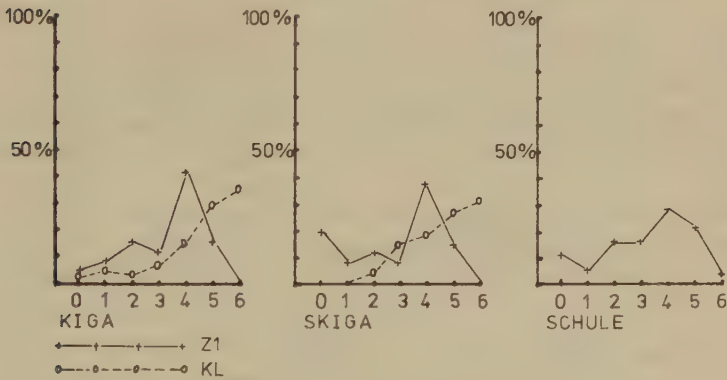


Abb. 5.15: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Winkel, Quadrat auf der Spitze (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Betrachtet man den Anteil korrekter Lösungen, wie er sich in Tab. 5.18 darstellt¹, so zeigt sich deutlich, daß die Eigenschaft der Parallelität stärkere Beachtung findet als die Wiedergabe der Größe der Winkel. Ja, es zeigt sich sogar, daß kaum ein Kind aus den drei Versuchsgruppen in der Lage ist, alle vier Winkel der Figur so gut wiederzugeben, daß es in der Gesamtwertung zur Höchstpunktzahl führt. Hier erweist sich mit der Wiedergabe der Figur durch Holzstäbchen für die Kinder eine Möglichkeit, die immerhin mehr als ein Drittel der Kinder aus Kinder- und Schulkindergarten zur richtigen Lösung führt.

1) Vgl. auch Tab. 7.18, 7.19 und 7.20 im Anhang

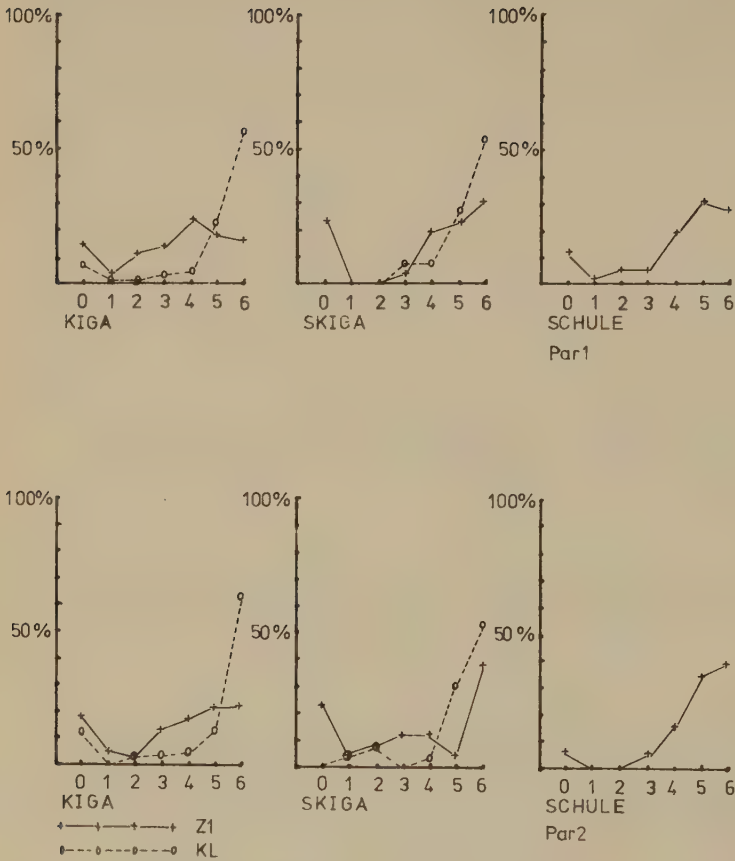


Abb. 5.16: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Parallelen, Quadrat auf der Spitze (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Die Aufstellung des Anteils korrekter Lösungen bei einzelnen Winkeln zeigt, daß auch hier durchaus bei den Kindern die Fähigkeit zu finden ist, den einzelnen Winkel korrekt wiederzugeben. Allerdings bleiben die Ergebnisse in der Wiedergabe der rechten Winkel bei diesem

Tab. 5.19: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) im ersten Zeichenversuch bei einzelnen Winkeln am Quadrat auf der Spitze (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
Winkel in	A ⁺	12.7	7.7	14.5	12.6
	B	9.1	19.2	19.4	15.4
	C	9.1	19.2	17.7	14.7
	D	20.0	7.7	9.7	13.3

⁺ Vgl. dazu Abb. 5.13

auf die Spitze gestellten Quadrat bei weitem hinter den Ergebnissen bei der Wiedergabe des Quadrats in Normallage zurück.

Vergleicht man die Ergebnisse in den Versuchsgruppen, so fällt allenfalls der Unterschied der Leistungen bei der zeichnerischen Wiedergabe der Parallelen zwischen den Kindergartenkindern und den übrigen Kindern auf. Als signifikant auf dem 5 %-Niveau erweist sich dabei allerdings lediglich der Unterschied im Anteil korrekter Lösungen zwischen Kindergartenkindern und Schulkindern beim ersten Zeichnen des Parallelenpaares b - d¹. Während dabei die Kindergartenkinder den Anteil korrekter Reproduktionen beim zweiten Zeichnen des ersten Parallelenpaares deutlich verbessern, verändert sich das Niveau bei der Wiedergabe des Parallelenpaares b - d mit der zweiten Zeichnung nicht. Der Unterschied zum Ergebnis der Schulkinder ist allerdings nur noch auf dem 10 %-Niveau signifikant.

Testet man die Unterschiede zwischen den Versuchsgruppen mit dem U-Test, so erweisen sich lediglich die Unterschiede zwischen KIGA und SCHULE beim ersten Zeichnen

1) Vgl. Abb. 5.13

beider Parallelenpaare und zwischen SKIGA und SCHULE beim Parallelenpaar b-d (S. Abb. 5.13) als signifikant ($p < 0.05$).

b) Die Wiedergabe der Seitenverhältnisse beim auf die Spitze gestellten Quadrat



Abb. 5.17: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse, Quadrat auf der Spitze

Auch bei den Seitenverhältnissen setzt sich die qualitativ schlechtere Wiedergabe im Vergleich zum Quadrat in Normallage bei der zeichnerischen Reproduktion deutlich fort. Die Mittelwerte liegen z.T. mehr als 2 Punkte unter den entsprechenden Mittelwerten beim Quadrat in Normallage.¹ Auch hier zeigten sich bei der Rekonstruktion mit Hilfe der Holzstäbchen wesentlich höhere Leistungen der Kinder, zwar nicht ganz so hoch wie beim Quadrat in Normallage, jedoch auf vergleichbarem Niveau.

Abb. 5.18 demonstriert die krasse Veränderung der Verteilung bei der Stäbchentechnik in KIGA und SKIGA. Der WILCOXON-Test ist in beiden Versuchsgruppen hochsignifikant ($p < 0.001$).²

Im Gegensatz zu der beim Quadrat in Normallage beobachtbaren Tendenz, daß das Verhältnis gegenüberliegender

1) Vgl. Abb. 5.7 und Abb. 5.17 sowie Tab. 7.21 im Anhang

2) S. auch Tab. 7.22 im Anhang

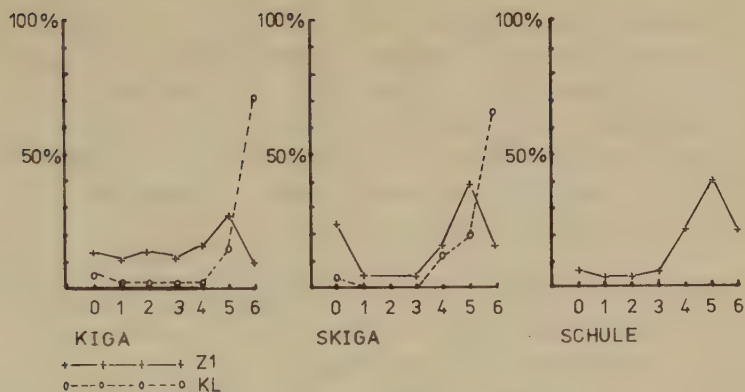


Abb. 5.18: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Seitenverhältnisse, Quadrat auf der Spitze (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Seiten besser wiedergegeben wurde als das Verhältnis nebeneinanderliegender Seiten, ist eine solche Tendenz beim auf die Spitze gestellten Quadrat nicht zu beobachten. Unterschiede, wie sie in einzelnen Versuchsgruppen bei einzelnen Versuchen vorkommen, werden durch die Ergebnisse bei den anderen Gruppen oder in anderen Versuchen nicht bestätigt.

Tab. 5.20: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse am Quadrat auf der Spitze (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
SV.	Z1	9.1	15.4	21.0	15.4
	Z2	9.1	26.9	21.0	17.5
	KL	71.4	64.4	---	69.5

Auch der Anteil korrekter Lösungen in der Wiedergabe der Seitenverhältnisse¹ liegt bei der zeichnerischen Repro-

1) Vgl. Tab. 5.20

duktion erheblich niedriger als der entsprechende Anteil beim Quadrat in Normallage.

Der demgegenüber erstaunlich hohe Anteil korrekter Lösungen beim Nachkleben ist auf dem Hintergrund der Tatsache zu sehen, daß die korrekte Wiedergabe der Seitenverhältnisse bereits durch die Auswahl vier gleichlanger Hölzchen sichergestellt ist, auch wenn beim Aufkleben noch Ungenauigkeiten zustandekommen sollten.

Die Unterschiede zwischen den Versuchsgruppen in den Anteilen korrekter Lösungen sind auch hier nicht sehr bedeutend, wenngleich der Unterschied bei der zweiten Zeichnung zwischen Kindergarten und Schulkindergarten signifikant ist ($p < 0.05$). Der U-Test bestätigt einen Unterschied zwischen Kindergarten und Schulkindergarten beim zweiten Zeichnen ebenfalls auf dem 5 %-Niveau, zwischen Kindergarten und Schule sogar hochsignifikant mit $p < 0.01$.

c) Die Bewertung der Ähnlichkeit



Abb. 5.19: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Ähnlichkeit, Quadrat auf der Spitze

Resultierend aus den Ergebnissen für Wiedergabe der Winkel und Seitenverhältnisse liegt das Niveau für die Bewertung der Ähnlichkeit bei der zeichnerischen Wiedergabe bei etwa 3,3 – 3,4 Punkten¹, während es für das Nachkleben erheblich höher liegt. Ferner deutet sich in den

1) Vgl. Tab. 7.23 im Anhang

Ergebnissen an, daß es bei den Schulkindern weniger Kindern mißlingt, die Ähnlichkeit ihrer Reproduktionen zur Vorlage zum Ausdruck zu bringen¹.

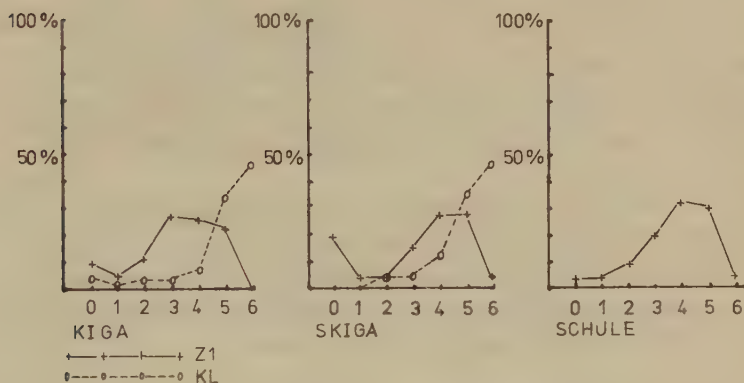


Abb. 5.20: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Ähnlichkeit, Quadrat auf der Spitze (Anteil der jew. Versuchspersonen in %)

Tab. 5.21: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Ähnlichkeiten am Quadrat auf der Spitze (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
Ä	Z1	0.0	3.9	3.2	2.1
	Z2	1.8	0.0	8.1	4.2
	KL	46.4	46.2	—	46.3

In der Aufstellung der Anteile an Lösungen, die mit mindestens 5,5 Punkten für die Ähnlichkeit mit der Vorlage bewertet wurden, kommt zum Ausdruck, daß es beim Zeichnen nur noch wenige Kinder sind, denen es gelingt, das

1) Vgl. dazu auch Abb. 5.20 und Tab. 7.24 im Anhang

Seitenverhältnis und die Qualität der Winkel gleichzeitig korrekt wiederzugeben. Die Stäbchentechnik bringt dagegen hochsignifikante Leistungssteigerungen bei KIGA und SKIGA mit sich (WILCOXON-Test; $p < 0.001$).

Dabei liegt der Anteil an korrekten Lösungen deutlich niedriger gegenüber den entsprechenden Anteilen bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse, ist allerdings gegenüber den Ergebnissen bei der Wiedergabe der Winkel erhöht.

Auch hier deutet sich an, daß viele Kinder, denen die Wiedergabe der Seitenverhältnisse gut gelungen ist, auch bei der Reproduktion der Winkel nur wenig schlechter waren, so daß sie insgesamt noch mindestens 5,5 Punkte für die Ähnlichkeit der Figur erzielen konnten.

Zwischen den Versuchsgruppen bestand kein Unterschied im Anteil der richtigen Lösungen. Für einen Vergleich war das Auftreten korrekter Lösungen beim Zeichnen auch in allen Versuchsgruppen zu selten. Die Unterschiede bleiben jedoch unwesentlich, wenn man auch noch den Anteil an Lösungen mit mindestens 4,5 Punkten heranzieht.¹

Im U-Test erweisen sich jedoch die Leistungen der Schulkinder bei der ersten Zeichnung als signifikant höher als die der Kindergartenkinder ($p < 0.05$).

d) Die Wiedergabe der Größe

Die Größe wird von den Kindern aller Versuchsgruppen bei der zeichnerischen Reproduktion des Quadrats auf der Spitze weniger berücksichtigt als beim Quadrat in Normallage. Die Unterschiede zum Quadrat in Normallage sind jedoch bei der Größe der Figur nicht so stark ausgeprägt

1) Vgl. dazu Tab. 7.24 im Anhang

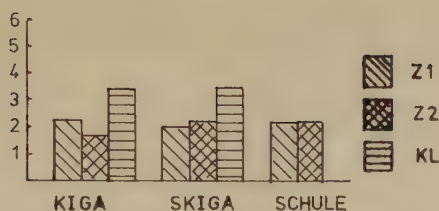


Abb. 5.21: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Größe, Quadrat auf der Spitze

wie in den anderen genannten Variablen.

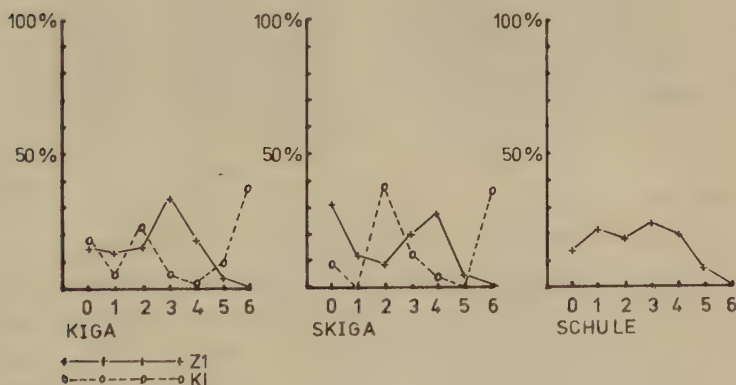


Abb. 5.22: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Größe, Quadrat auf der Spitze (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Wie bei den Ergebnissen beim Quadrat in Normallage führte die Anwendung der Klebetechnik bei der Darstellung des auf die Spitze gestellten Quadrats bei der Wiedergabe der Größe zu signifikanter Verbesserung gegenüber der zeichnerischen Wiedergabe WILCOXON-Test; $p < 0.001$, im SKIGA: $p < 0.01$); das Niveau der Ergebnisse entsprach den Ergebnissen beim Quadrat in Normallage. Die Unterschiede kommen in der Darstellung der Verteilung der Punktwerte bei den einzelnen Versuchsgruppen¹ deutlich zum Ausdruck.

1) Abb. 5.22

Tab. 5.22: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Größe am Quadrat auf der Spitze (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
G	Z1	0.0	0.0	0.0	0.0
	Z2	0.0	0.0	1.6	0.7
	KL	37.5	38.5	---	37.8

Nur einem einzigen Schulkind gelingt es, bei der zeichnerischen Wiedergabe des Quadrats auf der Spitze die absolute Größe der Seiten korrekt wiederzugeben; selbst wenn man die Reproduktionen hinzunimmt, deren Größe mindestens mit 4,5 Punkten bewertet wurde, so macht die Anzahl der Kinder, die diese Punktzahl beim Zeichnen erreichen, in allen Versuchsgruppen weniger als 10 % dieser Gruppe aus.¹

Nun zeigte sich schon bei der Reproduktion des Quadrats in Normallage, daß es den Kindern aller Versuchsgruppen nur selten gelingt, die absolute Größe korrekt wiederzugeben, wobei sie allerdings beim Quadrat in Normallage wesentlich erfolgreicher sind (WILCOXON-Tests hochsignifikant mit $p < 0.001$ in allen Versuchsgruppen). Die Ergebnisse, die die Kinder beim Aufkleben von Holzstäbchen erzielen, liegen dagegen auf demselben Niveau wie die Ergebnisse beim Quadrat in Normallage (kein signifikanter Unterschied im WILCOXON-Test bei der Gesamtstichprobe).

1) Vgl. dazu Tab. 7.26 im Anhang

5.3.4 Die Berücksichtigung der Eigenschaften des achsensymmetrischen Trapezes

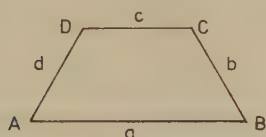


Abb. 5.23: Trapez mit Bezeichnungen von Seiten und Ecken

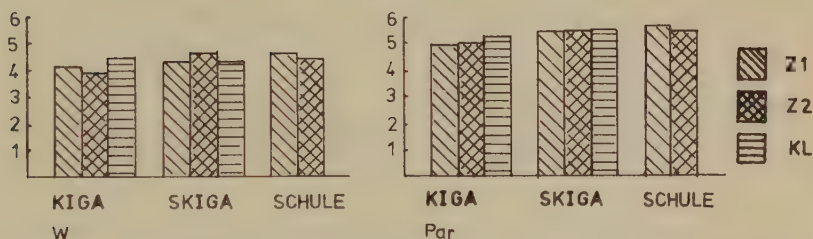


Abb. 5.24: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe von Winkeln und Parallelen, Trapez

Die Leistungen der Kinder bei der Reproduktion der Winkel am Trapez zeigen ein höheres Niveau als bei dem Quadrat auf der Spitze. Erneut fällt auf, daß die Parallelität, in diesem Falle handelt es sich wieder um horizontale Parallelen, deutlich besser reproduziert wird als die absolute Größe der 60° - bzw. 120° -Winkel (hochsignifikant mit $p < 0.001$ entsprechend dem WILCOXON-Test bei beiden Reproduktionsverfahren). In den Abb. 5.25 und 5.26 schlägt sich diese Tatsache in sichtbar unterschiedlichen Verteilungsformen nieder.

Im Gegensatz zu den Ergebnissen beim Quadrat auf der Spitze zeichnet sich in den Mittelwerten noch keine deutliche Überlegenheit des Reproduktionsverfahrens mit Holzstäbchen ab, lediglich im Kindergarten liegt das Leistungs-

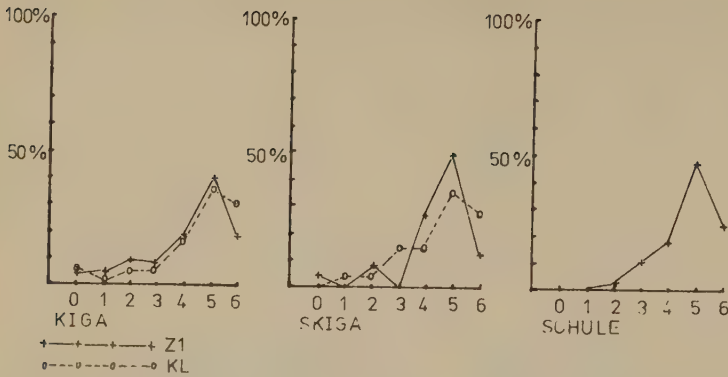


Abb. 5.25: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe von Winkeln, Trapez (Anteile der jew. Versuchsgruppe in %)

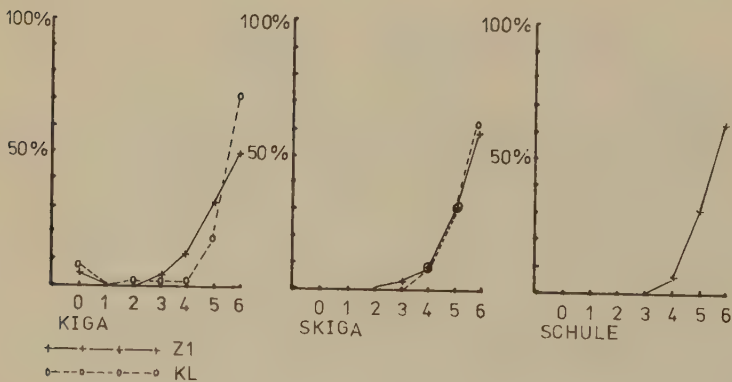


Abb. 5.26: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Parallelen, Trapez (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

niveau beim Kleben etwas höher als bei der grafomotorischen Wiedergabe.¹

1) Vgl. auch Tab. 7.27 im Anhang

Bei den zeichnerischen Reproduktionen deuten die Ergebnisse auf Unterschiede zwischen den Versuchsgruppen hin.

Vergleicht man das Niveau der Leistungen in der Wiedergabe der Parallelität der horizontalen, gegenüberliegenden Seiten des Trapezes mit der Qualität der Reproduktion des entsprechenden horizontalen Parallelenpaares beim Quadrat in Normallage, so erscheinen diese Ergebnisse durchaus vergleichbar, allerdings liegen die Ergebnisse beim Nachkleben mit Holzstäbchen im Falle des Quadrats in Normallage über denen des Trapezes, ein Ergebnis, das sich jedoch nicht statistisch absichern ließ (WILCOXON-Test: $p > 0.05$)

In der Bewältigung der einzelnen Winkel sind keine Unterschiede festzustellen, die auf eine Bevorzugung eines Winkels hindeuten könnten. Die größten Unterschiede im Mittelwert sind in der Gruppe der Schulkinder beim Nachkleben zu finden; hier unterscheiden sich die durchschnittlichen Ergebnisse bei den Winkeln in A und D¹ um etwa 0,7 Punkte von den Winkeln in B und C (4,00 und 4,01 für A, D bzw. 4,73 und 4,77 für B und C).

Tab. 5.23: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe von Winkeln und Parallelen am Trapez (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
W	Z1	18.2	11.5	24.2	19.6
	Z2	18.2	23.1	21.0	20.4
	KL	30.4	26.9	----	29.3
Par	Z1	49.1	57.7	62.9	56.6
	Z2	45.5	53.9	56.5	52.1
	KL	69.6	61.5	----	67.1

1) Vgl. Abb. 5.23

Wenn man in Tab. 5.23 die Unterschiede im Anteil der korrekten Reproduktionen bei Winkeln und Parallelen ansieht, wird die sich bereits bei den Mittelwerten abzeichnende Tendenz, daß Parallelität besser wiedergegeben wird als die absolute Größe der Winkel, für alle Versuchsgruppen bekräftigt (McNEMAR-Test; $p < 0.001$).

Deuten die Mittelwerte noch auf größere Unterschiede zwischen den Versuchsgruppen hin, so läßt sich im Anteil der korrekten Reproduktionen jedenfalls kein signifikanter Unterschied feststellen. Der U-Test sichert nur den Unterschied zwischen Kindergarten und Schule in der Wiedergabe der Parallelen beim ersten Zeichnen statistisch signifikant ab ($p < 0.05$).

b) Die Wiedergabe der Seitenverhältnisse

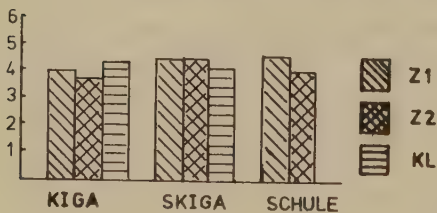


Abb. 5.27: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse, Trapez

Die Punktwerte, die die Kinder aller Versuchsgruppen bei der Gesamtbewertung der Seitenverhältnisse ihrer Reproduktionen des Trapezes im Mittel erzielten, geben zunächst wenig Aufschluß darüber, inwieweit Besonderheiten in den Längenbeziehungen zwischen den einzelnen Seiten des Trapezes von ihnen berücksichtigt werden, wenngleich die Ergebnisse durchaus bekräftigen, daß die Kinder hier zu guten Leistungen in der Qualität ihrer Reproduktionen fähig sind.¹

1) Vgl. auch Abb. 5.28

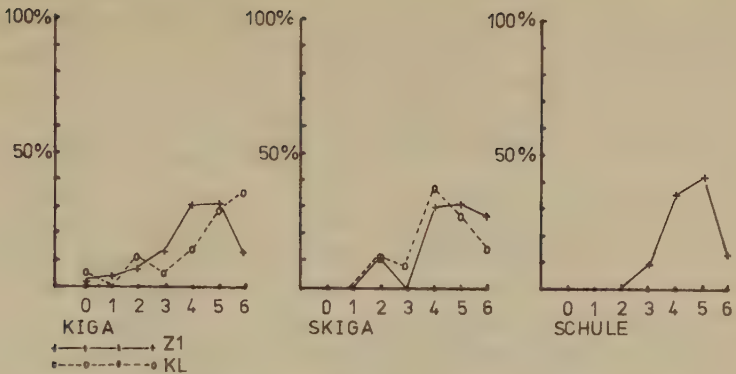


Abb. 5.28: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Seitenverhältnisse, Trapez (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Betrachtet man jedoch die Qualität der Wiedergabe einzelner Seitenverhältnisse, so ergibt sich ein differenzierteres Bild in der Berücksichtigung von Seitenverhältnissen bei der Reproduktion des Trapezes.

Tab. 5.24: Ergebnisse bei der Reproduktion des Trapezes: Wiedergabe einzelner Seitenverhältnisse (GE-SAMT, N = 143 für Z1 und Z2, N = 82 für KL)

	a:c	b:d	a:d	+
Z1	4.07	4.87	4.32	$\bar{x}$
	1.88	1.32	1.70	s
Z2	3.82	4.78	3.91	$\bar{x}$
	2.07	1.42	1.85	s
KL	4.09	5.48	3.85	$\bar{x}$
	2.18	1.40	2.26	s

+ Vgl. dazu Abb.5.23

Zur Beschreibung der Ergebnisse bei einzelnen Seitenverhältnissen sei daran erinnert, welche Seitenverhältnisse beim Trapez wiederzugeben waren. Das Verhältnis $a : c^1$

1) Vgl. dazu Abb. 5.23

betrug 2 : 1, es handelt sich dabei um die beiden horizontalen Seiten des Trapezes. Ebenso entsprach $a : d$ dem Verhältnis 2 : 1, da außer der Grundseite die übrigen Seiten gleichlang waren. Damit ergab sich schließlich für die Seiten b und d als gleichlange Seiten das Verhältnis 1 : 1.

Die Mittelwerte zeigen, daß insgesamt das Verhältnis der gleichlangen Seiten am besten wiedergegeben wird, ja in der Darstellung mit Holzstäbchen sogar noch erheblich verbessert werden kann, während es den Kindern größere Schwierigkeiten bereitet, die Seitenverhältnisse möglichst genau wiederzugeben, wenn die eine Seite doppelt so lang ist, wie die andere.

Dieser Unterschied in der Qualität der Reproduktion der Seitenverhältnisse am Trapez zeigte sich in allen Versuchsgruppen gleichermaßen, wobei lediglich unterschiedliche Ergebnisse zwischen den Seitenverhältnissen $a : c$ und $a : d$ hinzukamen, die jedoch selbst innerhalb der einzelnen Versuchsgruppen nicht gleichbleibend auftraten.

Tab. 5.25: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse am Trapez (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
SV	Z1	12.7	26.9	12.9	15.4
	Z2	7.3	3.9	8.2	7.0
	KL	35.7	15.4	---	29.3

Der Anteil korrekter Lösungen liegt vor allem bei der zeichnerischen Wiedergabe, erst recht bei der Wiederholung der Zeichnung niedrig, wenn man von dem Ergebnis des ersten Zeichnens im Schulkindergarten einmal absieht. Allerdings liegt auch dieser Anteil statistisch nicht signifikant über den Ergebnissen der anderen Versuchsgruppen (χ^2 -Test $p > 0.1$).

Bedeutsam erscheint dagegen die erhebliche Erhöhung des Anteils korrekter Lösungen im Kindergarten bei Anwendung der Klebetechnik; der McNEMAR-Test ist auf dem 1 %-Niveau signifikant. Die Kindergartenkinder zeigen sich hier der Schulkindergartengruppe überlegen, statistisch immerhin signifikant mit $p < 0.1$.

Insgesamt lassen sich jedoch Leistungsunterschiede zwischen den Versuchsgruppen im U-Test statistisch nicht bestätigen.

Tab. 5.26: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei einzelnen Seitenverhältnissen am Trapez
GESAMT, N = 143 für Z1 und Z2, N = 82 für KL)

	a:c	b:d	a:d	+
Z1	25.9	40.6	28.0	
Z2	24.4	40.1	24.7	
KL	35.4	84.2	32.9	

+ Vgl. dazu Abb. 5.23

In Tabelle 5.26 wird noch einmal bestätigt, daß die Gesamtleistung in der Wiedergabe der Seitenverhältnisse beim Trapez differenziert werden muß. Der Anteil an korrekten Lösungen bei der Wiedergabe der gleichen Seiten auf der linken und rechten Seite des Trapezes übersteigt bei weitem die entsprechenden Anteile bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse, die durch zwei verschieden lange Seiten gebildet werden.

Auch der Zuwachs an korrekten Lösungen beim Nachkleben ist bei der Wiedergabe des Verhältnisses der Seiten b und d außergewöhnlich hoch.

Zu ergänzen ist noch, daß auch hier keine nennenswerten Unterschiede zwischen den Versuchsgruppen auftreten.

c) Die Bewertung der Ähnlichkeit

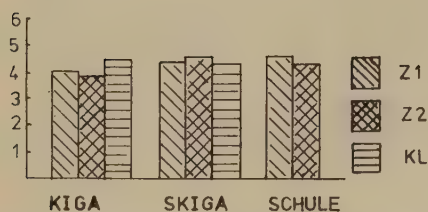


Abb. 5.29: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Ähnlichkeit, Trapez

Insgesamt ergibt sich für die Beurteilung der Ähnlichkeit der zeichnerischen Reproduktionen des Trapezes zur Vorlage ein höheres Niveau als bei der Reproduktion des auf die Spitze gestellten Quadrats.

Während dort jedoch in dieser Gesamtwertung beim Nachkleben eine erheblich höhere Qualität in der Wiedergabe formbestimmender Merkmale erreicht wurde, scheint bei der Reproduktion des Trapezes kein Zuwachs in dieser Richtung feststellbar zu sein. Vielmehr werden die Ergebnisse bei der Reproduktion des Trapezes mit Holzstäbchen von den Ergebnissen desselben Verfahrens beim Quadrat auf der Spitze deutlich übertroffen.

Zwischen den Versuchsgruppen lassen sich bei der grafomotorischen Wiedergabe Unterschiede in der Fähigkeit zur Rekonstruktion formqualifizierender Merkmale kaum nachweisen. Der U-Test erreicht nur für die Unterschiede zwischen Kindergarten und Schule beim ersten Zeichnen einen kritischen Wert, allerdings auch nur auf dem 10 %-Niveau.

Abb. 5.30 läßt die auch im Niveau nahezu übereinstimmende Verteilungsform erkennen.

1) Vgl. auch Tab. 7.33 im Anhang

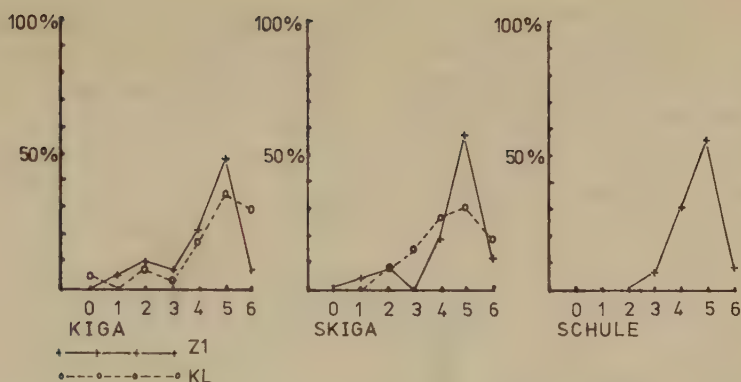


Abb. 5.30: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Ähnlichkeit, Trapez (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Tab. 5.27: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Ähnlichkeit am Trapez (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
X	Z1	7.3	11.5	8.1	8.4
	Z2	9.1	15.4	6.6	9.2
	KL	30.4	19.2	----	26.8

Auch im Anteil korrekter Lösungen gibt es zwischen den Versuchsgruppen kaum Unterschiede.¹ In keinem Fall läßt sich die Differenz im Anteil der gemäß den Bewertungskriterien ähnlichen Reproduktionen statistisch signifikant absichern; hinzukommt, daß sich in einigen Fällen die Unterschiede umzukehren scheinen.

Was in Abb. 5.29 nicht zum Ausdruck kam, weist Tabelle

1) S. Tab. 5.27

5.27 jedoch für die Kindergartengruppe deutlich aus: Der Anteil korrekter Lösungen nimmt im Fall des Nachklebens erheblich zu, statistisch hochsignifikant bestätigt im McNEMAR-Test mit $p < 0.001$.

d) Die Wiedergabe der Größe beim Trapez

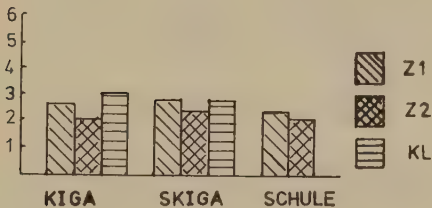


Abb. 5.31: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Größe, Trapez

Auch beim Trapez zeigen die Ergebnisse bei der Wiedergabe der Größe des Trapezes in allen Versuchsgruppen bei jedem Versuch ein niedriges Niveau. Obwohl ein direkter Vergleich zu der Wiedergabe von Winkeln und Seitenverhältnissen nicht möglich ist, so bleibt doch festzuhalten, daß die niedrige Punktzahl auf einen Unterschied im Grad der Aufmerksamkeit hinweist, die die Kinder der absoluten Größe der Figur im Vergleich zu Eigenschaften wie Winkel und Verhältnis der Seiten zukommen lassen. Auch die Verteilung der Punktwerte zeigt ein anderes Bild als bei den anderen Variablen.¹

Dafür spricht weiter, daß das Leistungsniveau bei der Wiedergabe der Größe auf etwa der gleichen Ebene liegt wie beim Quadrat auf der Spitze, während sich die Wiedergabe formbestimmender Eigenschaften beim Trapez qualitativ gegenüber dem Quadrat auf der Spitze verbesserte.

1) Vgl. dazu Abb. 5.32

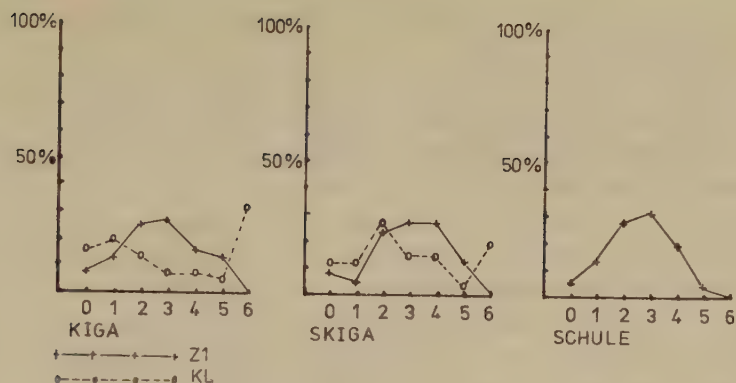


Abb. 5.32: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Größe, Trapez (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Mit der Anwendung von Holzstäbchen wird die Wiedergabe der absoluten Größe auch kaum verbessert. Der WILCOXON-Test ist für die Gesamtgruppe (KIGA und SKIGA zusammen) nicht signifikant.

Tab. 5.28: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Größe am Trapez (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
G	Z1	0.0	0.0	0.0	0.0
	Z2	0.0	3.9	0.0	0.7
	KL	32.1	19.2	---	28.1

Im Anteil korrekter Lösungen bestätigt sich das niedrige Niveau in der Wiedergabe der Größe. Wie beim Quadrat auf der Spitze gelingt es nur einem Kind, diesmal aus dem Schulkindergarten, die Seiten des Trapezes in der gemäß den Bewertungskriterien richtigen Größe zeichnerisch wiederzugeben. Auch wenn man noch die Kinder mitberücksichtigt, die mindestens 4,5 Punkte erreicht haben, bleibt

der Anteil in diesem Sinne "gute" zeichnerische Wiedergabe niedrig.¹

Den höchsten Anteil findet man beim ersten Zeichnen im Kindergarten, wo 7 von 55 Kindern mindestens 4,5 Punkte bei der Größe erreichen und im Schulkindergarten mit 3 von 26 Kindern (dies entspricht 12,7 % bzw. 11,5 %).

Erneut zeigt sich aber auch bei dieser Figur, daß der Anteil korrekter Lösungen im Sinne der Bewertungskriterien beim Nachkleben erheblich höher liegt. Der höhere Anteil, der dabei im Kindergarten im Vergleich zum Schulkindergarten erreicht wurde, hat sich dabei nicht als statistisch signifikant erwiesen ($p > 0.1$), wie auch sonst keine Leistungsunterschiede zwischen den Versuchsgruppen statistisch nachzuweisen waren.

5.3.5 Die Reproduktion des Parallelogramms

a) Wiedergabe von Winkeln und Parallelen

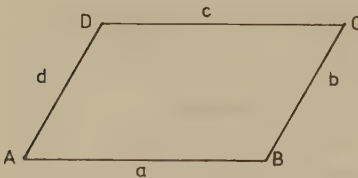


Abb. 5.33: Parallelogramm mit Bezeichnungen von Seiten und Ecken

Bei der Reproduktion des Parallelogramms sinkt das Niveau der Wiedergabe der Winkel gegenüber dem Trapez, obwohl beide Figuren Winkel derselben Größe, nämlich je zwei Winkel von 60° bzw. 120° enthalten.

Wie bei der Reproduktion des Trapezes sind auch hier keine

1) S. dazu Tab. 7.35 im Anhang

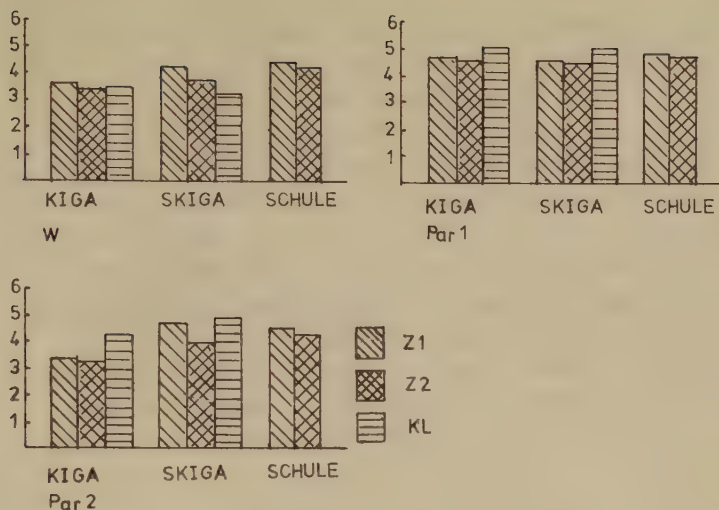


Abb. 5.34: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe von Winkeln und Parallelen, Parallelogramm

statistisch sicheren Unterschiede in der Bewältigung der einzelnen Winkel auszumachen, wenngleich sich bei den Mittelwerten eine leichte Tendenz zur besseren Bewältigung der Winkel in A und D gegenüber den Winkeln in B und C andeutet.¹

Das Verfahren, die Figuren mit Hilfe von Holzstäbchen zu reproduzieren, scheint für die Wiedergabe der Winkel keine besondere Hilfe zu sein; im Schulkindergarten sieht es sogar danach aus, als ob das Nachkleben zu wesentlich schlechteren Ergebnissen führte als das Zeichnen.

Beim Zeichnen zeigen die Schulkindergartenkinder und Schulkinder ein höheres Niveau in der Wiedergabe als die Kindergartenkinder (U-Test signifikant mit $p < 0.05$).

1) Vgl. Abb. 5.33

Den Kindergartenkindern gelingt die Wiedergabe der Parallelität der horizontalen Seiten des Parallelogramms erheblich besser als die Wiedergabe der "schrägen" Parallelen. Der WILCOXON-Test ist hochsignifikant ($p < 0.001$) für beide Reproduktionsverfahren. Dabei gelingen die horizontalen Parallelen auch noch besser als die Winkel; beim Nachkleben gilt dies auch noch für die "schrägen" Parallelen b - d¹. Beim Nachkleben gelingen den Kindergartenkindern eher Lösungen, die die Parallelität adäquat wiedergeben, als beim Zeichnen, der WILCOXON-Test ist für beide Parallelenpaare in der Kindergartengruppe signifikant mit $p < 0.01$, während sich die Leistungssteigerung im Schulkindergarten nicht statistisch absichern läßt.

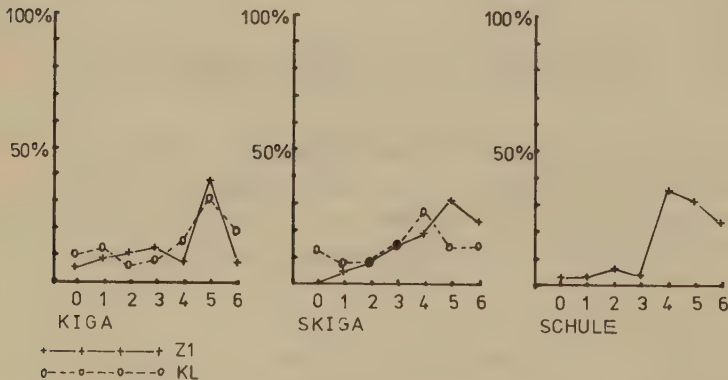


Abb. 5.35 a: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Winkel, Parallelogramm (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Vergleicht man das Niveau in der Wiedergabe der horizontalen Parallelen mit den entsprechenden Ergebnissen beim Trapez und beim Quadrat in Normallage, so bleiben die Leistungen der Kinder beim Parallelogramm hinter den Leistungen bei beiden anderen Figuren zurück.

1) Vgl. Abb. 5.33

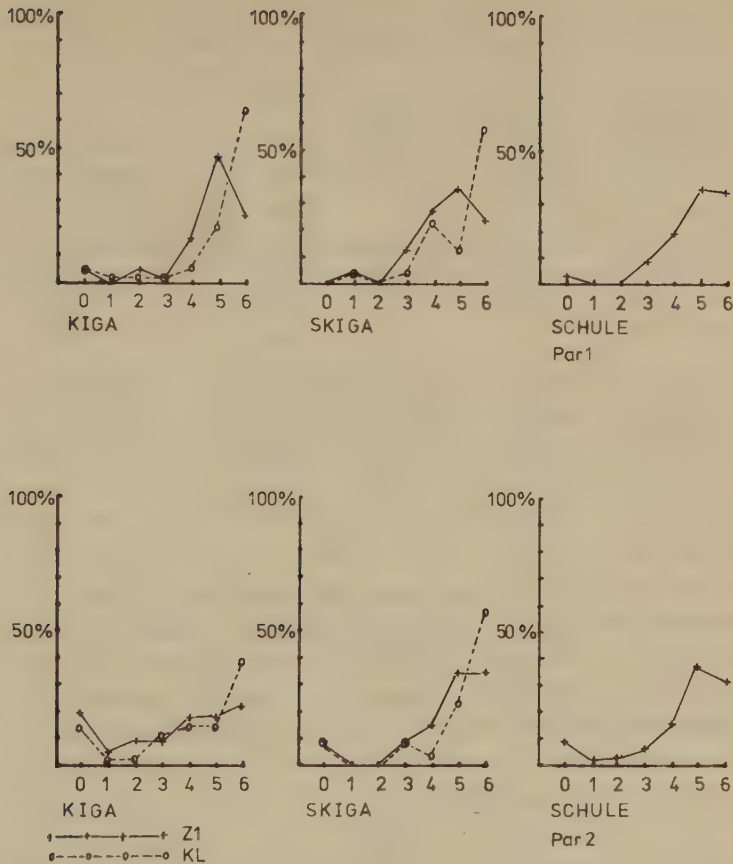


Abb. 5.35 b: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Parallelen, Parallelogramm (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Die Leistungen bei der Wiedergabe des Parallelenpaares b - d entsprechen dagegen in ihrem Niveau den Leistungen bei der Wiedergabe der Parallelität beim auf die Spitze gestellten Quadrat.

Tab. 5.29: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe von Winkeln und Parallelen am Parallelogramm (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
W	Z1	7.3	23.1	22.6	16.8
	Z2	3.6	11.5	16.1	10.6
	KL	19.6	15.4	-----	18.3
Par1	Z1	25.5	23.1	33.9	28.7
	Z2	29.1	30.8	43.6	35.9
	KL	62.5	57.7	-----	61.0
Par2	Z1	21.8	34.6	30.7	28.0
	Z2	21.8	23.1	29.0	25.4
	KL	39.3	57.7	-----	45.1

Der Anteil korrekter Lösungen gemäß den Bewertungskriterien bestätigt einige der Tendenzen, die sich bereits in Abb. 5.34 andeuteten. So ist der Unterschied im Anteil korrekter Lösungen in der Wiedergabe der Winkel bei der ersten zeichnerischen Reproduktion des Parallelogramms statistisch signifikant ($p < 0.05$) zwischen der Kindergartengruppe und den Gruppen der Kinder aus Schule und Schulkindergarten. Auch der U-Test bestätigt diese Unterschiede auf dem 5 %-Niveau.

Darüber hinaus ist das schwächere Abschneiden der KIGA-Gruppe gegenüber den anderen Versuchsgruppen bei der ersten Zeichnung der Parallelen b - d (Vgl. Abb. 5.33) nach dem U-Test statistisch signifikant mit $p < 0.01$, wenngleich der Anteil korrekter Lösungen nicht signifikant höher liegt.

Ferner zeigt sich, daß bei der Wiedergabe der Parallelität der Anteil korrekter Lösungen deutlich höher liegt

als bei der Wiedergabe der Winkel.¹ Der McNEMAR-Test ist für den Kindergarten dabei in allen Fällen signifikant, beim ersten Zeichnen jeweils mit $p < 0.05$, bei der Stäbchentechnik mit $p < 0.01$.

Ein großer Unterschied zwischen dem Anteil korrekter Reproduktionen bei horizontalen Parallelen und 'schrägen' Parallelen zeigt sich dabei jedoch nur in der Kindergartengruppe beim Nachkleben (McNEMAR-Test: $p < 0.05$), eine Bestätigung des schon erwähnten Ergebnisses des WILCOXON-Tests.

Insgesamt erweist sich erneut das Klebeverfahren als geeignetes Reproduktionsverfahren, wenn man den Anteil korrekter Reproduktionsverfahren betrachtet; dies gilt bei der Wiedergabe der Parallelität für beide beteiligten Versuchsgruppen, bei der Wiedergabe der Winkel nur für die Kindergartengruppe, wenngleich der McNEMAR-Test bei der Schulkindergartengruppe nur für das horizontale Parallelenpaar signifikant ist ($p < 0.05$). Im Kindergarten allerdings erreicht der McNEMAR-Test sowohl bei Winkeln wie bei beiden Parallelenpaaren im Vergleich der Reproduktionstechniken kritische Werte, bei den Winkeln allerdings auch nur auf dem 10 %-Niveau.

b) Wiedergabe der Seitenverhältnisse



Abb. 5.36: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse, Parallelogramm

1) Vgl. auch Tab. 7.37, 7.38 und 7.39 im Anhang

Bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse zeigen die Leistungen der Kinder insgesamt ein Niveau, das den Ergebnissen beim Trapez vergleichbar ist. Zwischen den Versuchsgruppen gibt es dabei kaum Unterschiede.¹ Auch die einzelnen Verfahren - Zeichnen und Kleben - bringen im Mittel keine wesentlich unterschiedlichen Ergebnisse,² wenn man einmal davon absieht, daß die tendenzielle Verschlechterung, die auch sonst beim zweiten Zeichnen gegenüber der ersten Zeichnung zu finden war, in diesem Fall ausgeprägter war.

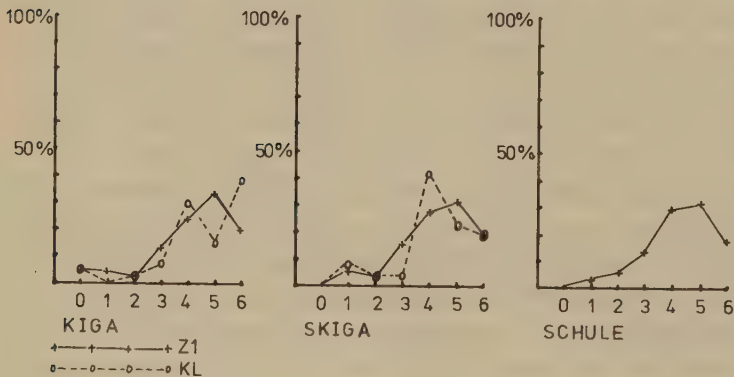


Abb. 5.37: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Seitenverhältnisse, Parallelogramm (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Wie beim Trapez bedürfen die Ergebnisse bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse beim Parallelogramm jedoch auch noch einer Differenzierung.

Tabelle 5.30 zeigt deutlich die Unterschiede bei den Ergebnissen in der Wiedergabe verschiedener Seitenver-

1) S. auch Tab. 7.40 im Anhang

2) Vgl. auch Abb. 5.37

Tab. 5.30: Ergebnisse bei der Reproduktion des Parallelogramms: Wiedergabe einzelner Seitenverhältnisse (GESAMT, N = 143 für Z1 und Z2, N = 82 für KL)

	a:c	b:d	a:d	+
Z1	4.51	4.47	3.77	$\bar{x}$
	2.05	1.74	1.98	s
Z2	4.01	3.78	2.72	$\bar{x}$
	2.05	2.02	2.24	s
KL	4.99	5.20	3.50	$\bar{x}$
	1.87	1.74	2.45	s

+ Vgl. dazu Abb.5.33

hältnisse. Die Unterschiede in den einzelnen Reproduktionsverfahren deuten für die ersten beiden Verhältnisse $a : c$ und $b : d$ ¹ eine gewisse Überlegenheit des Klebverfahrens an, während dies für das Verhältnis $a : d$ nicht der Fall ist.

Auffallend ist jedoch die eindeutig höhere Leistung der Kinder in der Wiedergabe der Verhältnisse $a : c$ und $b : d$ gegenüber dem Verhältnis $a : d$. Es handelt sich dabei um die paarweise gegenüberliegenden Seiten, die beim Parallelogramm gleich lang sind.

Die Kinder haben diese Eigenschaft besser reproduziert, als das Verhältnis der nebeneinanderliegenden Seiten a und d , das 1,5 : 1 entsprach (Original: $a = 6$ cm, $d = 4$ cm).

Alle Versuchsgruppen zeigten dabei die gleiche deutliche Ausprägung dieser Zusammenhänge.

Tabelle 5.31 bestätigt in den Anteilen korrekter Lösungen eine stärkere Verschlechterung beim zweiten Zeichnen im Vergleich zu vorangegangenen Figuren und die geringfügig-

1) Vgl. dazu Abb. 5.33

Tab. 5.31: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse am Parallelogramm (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
SV	Z1	20.0	19.2	17.7	18.9
	Z2	5.5	11.5	8.2	7.8
	KL	39.3	19.2	----	32.9

gen Unterschiede zwischen den einzelnen Versuchsgruppen. Beim Nachkleben, das bei den Kindergartenkindern zu einem erheblich höheren Anteil korrekter Wiedergaben der Seitenverhältnisse führt, zeigen die Kindergartenkinder einen höheren Anteil korrekter Lösungen als die Schulkindergartengruppe (allerdings statistisch nur auf 10 %-Niveau signifikant).

Tab. 5.32: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei einzelnen Seitenverhältnissen am Parallelogramm (GESAMT, N = 143 für Z1 und Z2, N = 82 für KL)

	a:c	b:d	a:d	+
Z1	47.6	36.4	23.8	
Z2	31.7	26.1	16.9	
KL	68.3	76.8	40.2	

+ Vgl. dazu Abb. 5.33

Betrachtet man die Anteile der gemäß den Bewertungskriterien korrekten Lösungen differenziert nach einzelnen Seitenverhältnissen, so bestätigt sich auch hier die höhere Leistung der Kinder bei der Wiedergabe der Verhältnisse der paarweise gegenüberliegenden Seiten, wobei sich beim Zeichnen darüberhinaus ein erhöhter Anteil bei den horizontalen Seiten abzeichnet. Ebenfalls zeigt

sich zum wiederholten Male, daß der Anteil korrekter Lösungen beim Nachkleben ganz erheblich zunimmt.

Vergleicht man den Anteil korrekter Lösungen bei einzelnen Seitenverhältnissen (Tabelle 5.32) mit dem Anteil korrekter Lösungen in der Gesamtwertung (Tabelle 5.31), so fällt auf, daß der Anteil korrekter Wiedergaben der Seitenverhältnisse in der Gesamtwertung erheblich hinter dem Mittel des Anteils korrekter Lösungen bei den einzelnen Seitenverhältnissen zurückbleibt.

Dies ist nur aufgrund der Tatsache möglich, daß es vielen Kindern nicht gelingt, alle Seitenverhältnisse in gleichem Maße richtig wiederzugeben. Korrekte Wiedergaben in einem Seitenverhältnis treten häufig zusammen mit Fehlleistungen in der verhältnismässigen Rekonstruktion anderer Seitenpaare auf.

c) Wiedergabe der Ähnlichkeit

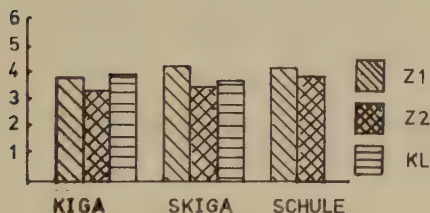


Abb. 5.38: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Ähnlichkeit, Parallelogramm

In der Gesamtwertung für die Ähnlichkeit der Reproduktionen des Parallelogramms mit der Vorlage erreichen die Kinder ein Niveau von etwa 4 Punkten.¹ In den Mittelwerten zeigt sich eine Tendenz zu höheren Ergebnissen in Schule und Schulkindergarten gegenüber den Kindern aus

1) Vgl. auch Tab. 7.42 im Anhang

dem Kindergarten, entsprechend dem U-Test jedoch nur zwischen KIGA und SCHULE, und dann auch nur auf dem 10 %-Niveau signifikant.

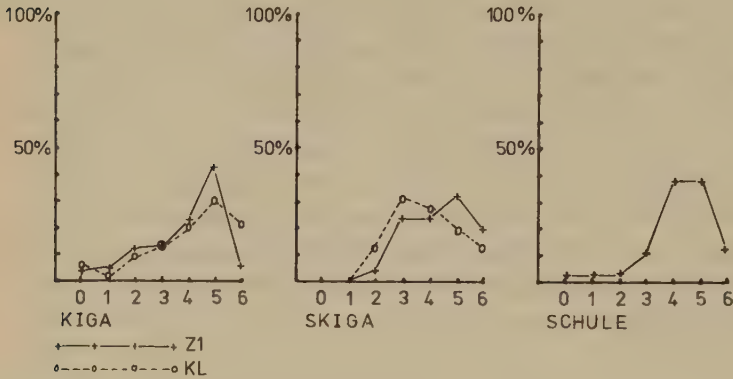


Abb. 5.39: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Ähnlichkeit, Parallelogramm (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Auch die Darstellung der Verteilung der Ergebnisse in Abb. 5.39 gibt keine Hinweise auf besondere Unterschiede zwischen den Versuchsgruppen.¹

War bei den übrigen Figuren in der Tendenz eine Verbesserung beim Nachkleben zu beobachten, so kann man dies in diesem Fall bei den weitaus geringeren Unterschieden nicht bestätigen.

Im Anteil korrekter Wiedergaben der Ähnlichkeit beim Parallelogramm erweisen sich die Unterschiede zwischen den einzelnen Versuchsgruppen nicht als statistisch signifikant. Wiederum bleibt festzuhalten, daß für die

1) Vgl. Tab. 7.43 im Anhang

Tab. 5.33: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Ähnlichkeit am Parallelogramm (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
Ä	Z1	5.5	19.2	11.3	10.5
	Z2	5.5	3.9	6.6	5.6
	KL	21.4	7.7	----	17.1

Kindergartengruppe der Anteil korrekter Lösungen beim Nachkleben erheblich steigt (McNEMAR-Test: $p < 0.05$).

d) Wiedergabe der Größe

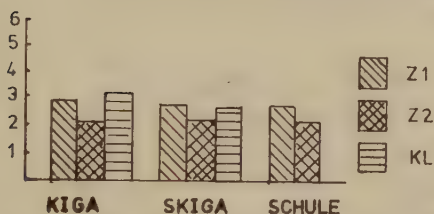


Abb. 5.40: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Größe, Parallelogramm

Erneut bestätigt sich das niedrige Niveau in der Berücksichtigung der absoluten Größe auch bei der Reproduktion des Parallelogramms. Die Ergebnisse sind vergleichbar mit denen bei der Reproduktion des Trapezes. Wie bei den anderen Figuren schlägt sich die unterschiedliche Beachtung dieser Eigenschaft im Vergleich zu den übrigen Eigenschaften, in der veränderten Verteilungsform nieder, wie sie in Abb. 5.41 dargestellt ist. Zwischen den Versuchsgruppen gibt es auch hier keine nennenswerten Unterschiede.

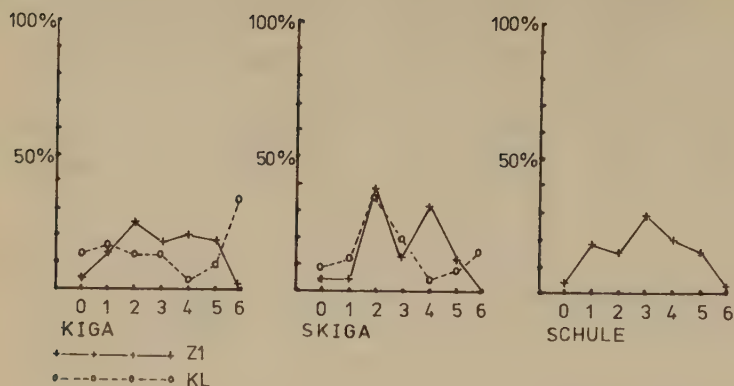


Abb. 5.41: Häufigkeiten von Punktzahlen für die Wiedergabe der Größe, Parallelogramm (Anteil der jew. Versuchsgruppe in %)

Wie beim Trapez und Quadrat auf der Spitze gelingt es auch hier kaum einem Kind, die absolute Größe der Seiten des Parallelogramms zeichnerisch korrekt im Sinne der Bewertungskriterien wiederzugeben¹, (jeweils ein Kind in Schule und Kindergarten beim ersten Zeichnen, vgl. Tabelle 5.34).

Tab. 5.34: Anteil korrekter Lösungen (mind. 5.5 Punkte) bei der Wiedergabe der Größe am Parallelogramm (Angaben in %)

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
G	Z1	1.8	0.0	1.6	1.4
	Z2	0.0	0.0	0.0	0.0
	KL	33.9	15.4	----	28.1

Auch hier liefert die Möglichkeit, die Größe der Seiten durch Auswahl geeigneter Holzstäbchen festzulegen, den

1) Vgl. auch Tab. 7.45 im Anhang

Kindern ein Verfahren, das zu einer großen Anzahl von Reproduktionen führt, in denen die Größenordnung des Originals korrekt wiedergegeben ist. Dies gilt für Kinder im Kindergarten noch mehr als für die Schulkindergartenkinder, allerdings ist auch in diesem Fall der Unterschied zwischen den beiden Versuchsgruppen nur auf dem 10 %-Niveau statistisch signifikant.

5.4 Differenzierende Aspekte in der Auswertung der geometrischen Leistungen der Kinder

Die Leistungen der Kinder bei den geometrischen Aufgabenstellungen waren von verschiedenen Einflüssen gekennzeichnet, wie die Zusammenhänge zwischen den Reproduktionsleistungen bei verschiedenen Verfahren, Figuren, zwischen den einzelnen Eigenschaften, die Zugehörigkeit zu unterschiedlichen Altersstufen unabhängig von der Versuchsgruppe, die Reihenfolge in der Durchführung der Verfahren sowie beim zweiten Zeichnen die unmittelbare Vorerfahrung aus dem ersten Zeichenversuch.

Eine Auswertung der Versuchsergebnisse, die nach diesen Einflüssen differenziert, gibt zusätzliche oder relativierende Anhaltspunkte für die Interpretation der geometrischen Leistungen der Versuchspersonen.

5.4.1 Interdependenz der Leistungen bei verschiedenen Variablen

Um Hinweise auf die Zusammenhänge zwischen den Reproduktionsleistungen bei verschiedenen Variablen zu gewinnen, wurden Korrelationskoeffizienten berechnet.¹

Dabei stellte sich zunächst heraus, daß die Leistungen in der Wiedergabe der Variablen, die in die Reproduktion einer Figur eingehen, also Winkel, Seitenverhältnisse, Größe und Parallelität, hoch miteinander korrelieren. Dies bestätigt die Vermutung, daß die Reproduktion einer geometrischen Figur in hohem Maße eine Koordinierungsaufgabe darstellt, bei der Abweichungen in den Variablen sich gegenseitig beeinflussen.

Es zeigt sich, daß die Leistungen in der visuellen Dis-

1) SPEARMAN - Rangkorrelationskoeffizienten, vgl. LIENERT 1969, S. 293 f.

krimation der entsprechenden Figur dagegen nur in wenigen Fällen signifikant positiv, sonst schwach oder gar negativ mit den Leistungen bei Variablen der Reproduktion korrelieren.¹

Zwischen den beiden Reproduktionsverfahren gibt es dabei auch keine allzu großen Unterschiede. Allerdings deutet sich bei der Stäbchentechnik verstärkt der Aspekt an, daß die Variable der Größe in der Regel erheblich niedriger mit den anderen Variablen der Reproduktion korreliert als diese untereinander.

Unterwirft man die Korrelationen der Variablen der einzelnen Figuren - einschließlich der Ergebnisse der visuellen Diskrimination - zusätzlich einer CLUSTER-Analyse², so bestätigt sich dieses Bild.

Die Abbildungen 5.42 - 5.45 stellen die Ergebnisse einer CLUSTER-Analyse über die Korrelationskoeffizienten der aufgeführten Variablen dar.

Es bestätigt sich, daß die Variable der visuellen Diskrimination kaum im Zusammenhang steht mit den Variablen der Reproduktion der entsprechenden Figur.

Darüberhinaus hängt auch die Wiedergabe der absoluten Größe meist nur am Rande mit den übrigen Reproduktionsvariablen zusammen.

Betrachtet man die Zusammenhänge zwischen bestimmten Variablen bei verschiedenen Figuren, wie die Wiedergabe aller Winkel, Wiedergabe der Seitenverhältnisse, Wiedergabe der Größe, Ähnlichkeit und Parallelität, so fallen zunächst die meist erheblich niedrigen Korrelationskoeffizienten auf, von denen zwar noch einige hochsignifikant positiv sind, aber insgesamt schwächer als zwischen den Variablen ein- und derselben Reproduktion.³ Die Korrelationstabellen bieten nur wenig Hinweise auf spezifische

1) Vgl. dazu Tab. 7.45 - 7.53 im Anhang

2) Vgl. STEINHAUSEN und LANGER 1977, S. 75 ff.

3) Vgl. Tab. 7.54 - 7.58 im Anhang

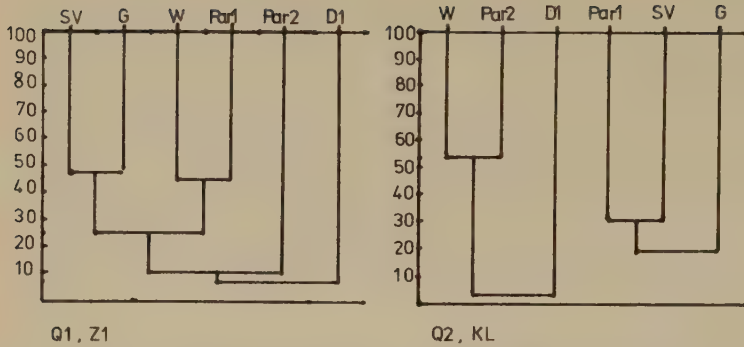


Abb. 5.42: CLUSTER-Analyse: Zusammenhänge zwischen Variablen bei der Wiedergabe des Quadrats in Normallage (Q1)¹

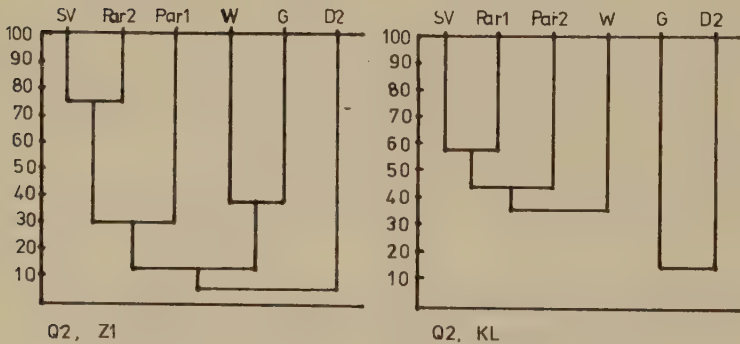


Abb. 5.43: CLUSTER-Analyse: Zusammenhänge zwischen Variablen bei der Wiedergabe des Quadrats auf der Spitze (Q2)²

1) W: Winkel; SV: Seitenverhältnisse; A: Ähnlichkeit; G: Größe; Par1, Par2: Parallelenpaare a-c und b-d; D1: Diskrimination von Q1
Die Horizontalen geben das Niveau des Zusammenhangs an.

2) D2: Diskrimination von Q2

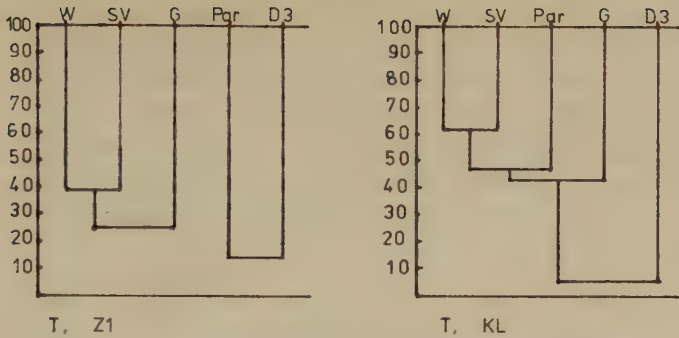


Abb. 5.44: CLUSTER-Analyse: Zusammenhänge zwischen Variablen bei der Wiedergabe des Trapezes (T)¹

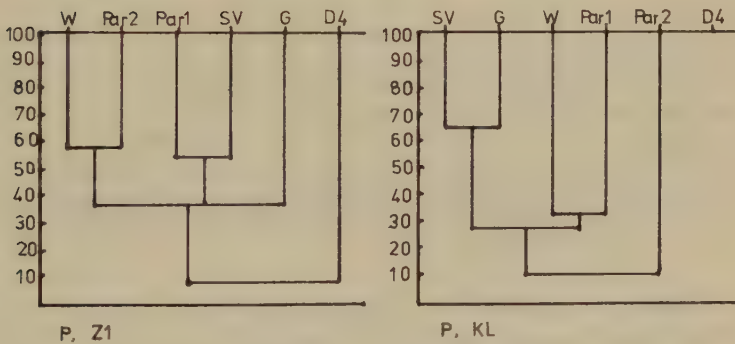


Abb. 5.45: CLUSTER-Analyse: Zusammenhänge zwischen Variablen bei der Wiedergabe des Parallelogramms (P)²

Zusammenhänge, aber auch die CLUSTER-Analysen³ können nur z.T. genaueren Aufschluß geben.

1) D3: Diskrimination von T

2) D4: Diskrimination von P

3) S. Abb. 5.46 - 5.50

So zeigt sich etwa bei der Wiedergabe der Winkel, daß die Reproduktionsleistungen beim Parallelogramm und Quadrat in Normallage in beiden Verfahren weitgehend als unabhängig von den Leistungen bei Quadrat auf der Spitze und Trapez anzusehen sind. Dabei fügen sich die Leistungen beim Quadrat in Normallage erst auf niedrigem Korrelationsniveau zu der Wiedergabe der Winkel am Parallelogramm.¹

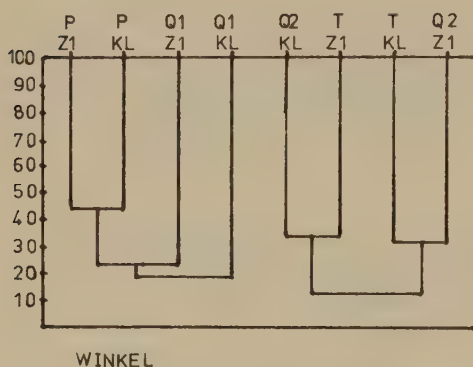


Abb. 5.46: CLUSTER-Analyse: Zusammenhänge in der Wiedergabe der Winkel bei verschiedenen Figuren und Verfahren

Die CLUSTER-Analyse über die Wiedergabe der Seitenverhältnisse gibt dagegen kein so klares Bild. Es zeigt sich lediglich erneut, daß die Wiedergabe beim Quadrat in Normallage relativ unabhängig von den Leistungen bei anderen Figuren zu sein scheint. Zu dieser Variablen - bei beiden Verfahren - fügt sich noch die zeichnerische Wiedergabe der Seitenverhältnisse beim Quadrat auf der Spitze.

Bei der Variablen Ähnlichkeit, die aus Winkeln und Sei-

1) Vgl. Abb. 5.46

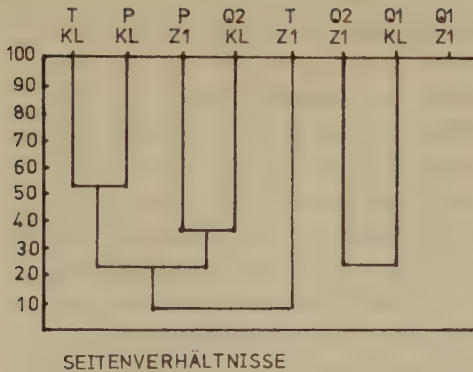


Abb. 5.47: CLUSTER-Analyse: Zusammenhänge in der Wiedergabe der Seitenverhältnisse bei verschiedenen Figuren und Verfahren

tenverhältnissen resultiert, ergibt sich ebenfalls kein klares Bild. Während die Ergebnisse bei Parallelogramm und Trapez in Zusammenhang zu stehen scheinen, deutet sich wiederum eine relative Unabhängigkeit der Ergebnisse beim Quadrat in Normallage in beiden Verfahren so wie bei der zeichnerischen Reproduktion des Quadrats auf der Spitze an.

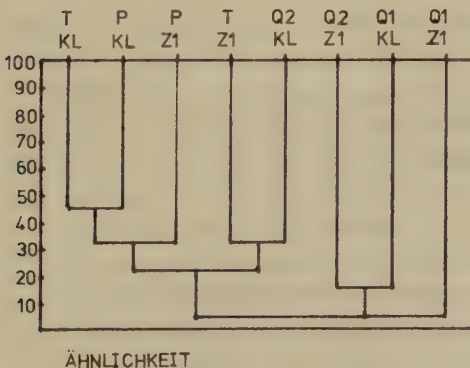


Abb. 5.48: CLUSTER-Analyse: Zusammenhänge in der Wiedergabe der Ähnlichkeit bei verschiedenen Figuren und Verfahren

In den Ergebnissen zur Wiedergabe der Größe zeigt die CLUSTER-Analyse deutlich, daß diese Variable unter anderen Gesichtspunkten steht.

Die Wiedergabe der Größe bei der Stäbchentechnik erweist sich als unabhängig von der Wiedergabe der Größe im zeichnerischen Verfahren. (Die Wiedergabe des Trapezes mit Stäbchen fügt sich auf sehr niedrigem Korrelationsniveau zu den zeichnerischen Reproduktionen!) Die Figuren selbst scheinen dabei keine Rolle zu spielen. Diese Unabhängigkeit deutet an, daß die Wiedergabe dieser Variablen weniger durch geometrische Aspekte der zu reproduzierenden Figur als durch äußere Umstände, wie z.B. die Bedingungen des Reproduktionsverfahrens bestimmt ist.

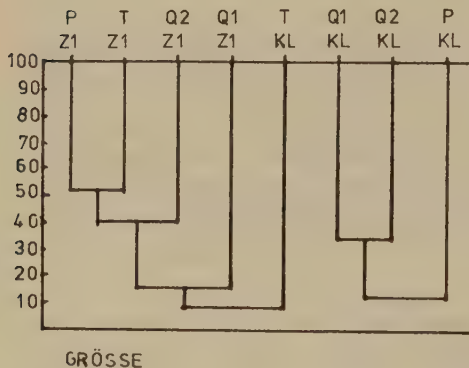


Abb. 5.49: CLUSTER-Analyse: Zusammenhänge in der Wiedergabe der Größe bei verschiedenen Figuren und Verfahren

Die CLUSTER-Analyse über die Korrelationskoeffizienten zwischen den einzelnen Leistungen in der Wiedergabe der Parallelen schließlich bringt kein einheitliches Bild. Weder ist das Ergebnis klar gegliedert nach Zusammenhängen bei einzelnen Figuren¹, noch nach dem Gesichtspunkt der Lage der Parallelen, ebensowenig auch nach der Art des Verfahrens.

1) Nur die Ergebnisse bei Q2 in beiden Verfahren sowie bei P in der Stäbchentechnik hängen unmittelbar zusammen.

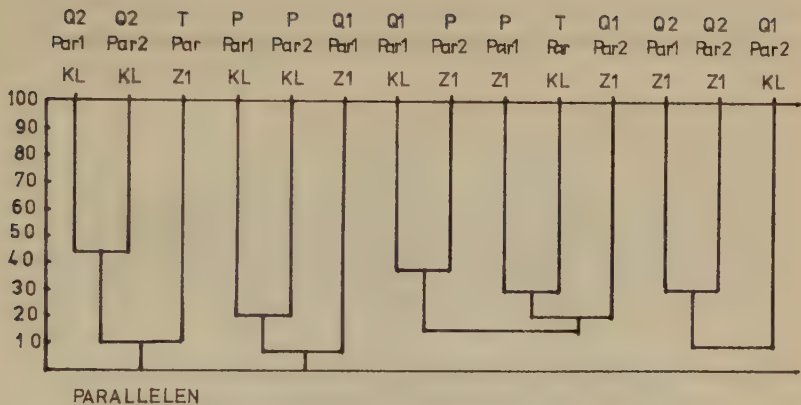


Abb. 5.50: CLUSTER-Analyse: Zusammenhänge in der Wiedergabe der Parallelität bei verschiedenen Figuren und Verfahren

Wesentlich bleibt damit zu den Zusammenhängen zwischen den Variablen festzuhalten, daß bei der Reproduktion einer geometrischen Figur eine starke gegenseitige Beeinflussung der einzelnen Reproduktionsvariablen aufgrund der Anforderungen zur Koordinierung der Gegebenheiten vorliegt. Darüberhinaus gibt es vornehmlich Hinweise auf die besondere Behandlung der Variable "Größe" durch die Kinder, die nicht unter den gleichen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer geometrischen Bedeutung zu stehen scheint.

Die Leistungen in der visuellen Diskrimination schließlich sind anscheinend völlig unabhängig von den Leistungen bei der Reproduktion.

5.4.2 Der unterschiedliche Schwierigkeitsgrad der Figuren in Abhängigkeit von den Rekonstruktionsverfahren.

Da die Bewertung der Reproduktionsleistungen bei den verschiedenen Figuren in der Ausprägung der einzelnen

Eigenschaften auf die Grundlage übereinstimmender Kriterien erfolgte, ist es möglich, die Leistungen der Kinder bei den vier Typen von Vierecken direkt zu vergleichen.

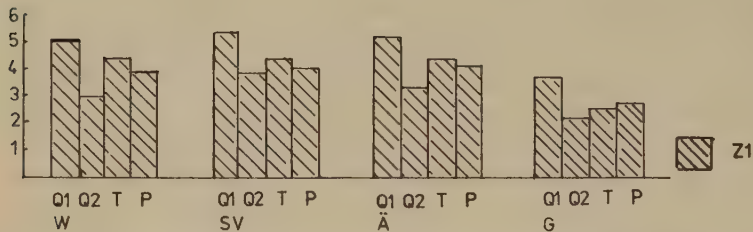


Abb. 5.51: Mittlere Punktzahlen beim ersten Zeichnen - die Figuren im Vergleich

Abb. 5.51 weist das Quadrat in Normallage in jeder der untersuchten formbestimmenden Eigenschaften eindeutig als 'leichteste' Figur bei der zeichnerischen Reproduktionsaufgabe aus. Ebenso deutlich ist das auf die Spitze gestellte Quadrat als 'am schwersten' zu reproduzierende Figur hinsichtlich jeder der betrachteten Eigenschaften zu erkennen.¹

Dennoch beträgt der Unterschied in der durchschnittlichen Leistung bei diesen Reproduktionsaufgaben weniger als zwei Punkte, bei der Größe sogar um ca. 1,5 Punkte. Einen mittleren Schwierigkeitsgrad nehmen dazwischen Trapez und Parallelogramm ein, wobei die besonderen Schwierigkeiten in der Darstellung des Parallelogramms in den Ergebnissen bei der Bewertung der Beachtung formqualifizierender Merkmale einen etwas höheren Schwierigkeitsgrad der Reproduktion des Parallelogramms gegenüber dem Trapez vermuten lassen. Diese Relation wird allerdings bei der Berücksichtigung der absoluten Größe der Seiten der Figur verkehrt; hier erscheint das Parallelogramm als die 'leichtere' Figur.

1) Vgl. dazu auch Tab. 7.59 im Anhang

Die Unterschiede, die hier zum Ausdruck kommen, sind bis auf die Leistungsdifferenz zwischen Trapez und Parallelogramm bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse statistisch signifikant.¹

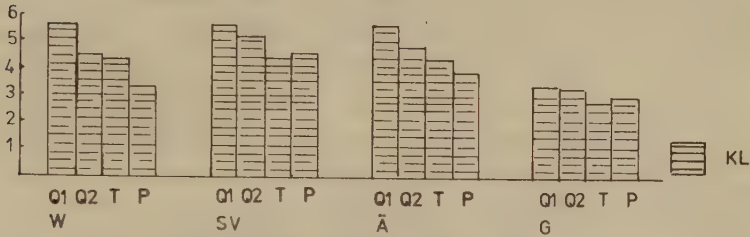


Abb. 5.52: Mittlere Punktzahlen beim Kleben - die Figuren im Vergleich

Abb. 5.52 zeigt demgegenüber ein deutlich verändertes Bild.² Der Wechsel des Reproduktionsverfahrens ändert zwar nichts daran, daß das Quadrat in Normallage weiterhin allen bewerteten Ausprägungen gemäß als 'leichteste' Figur angesehen werden muß. Es kann aber nicht mehr davon die Rede sein, daß das auf die Spitze gestellte Quadrat als 'schwerste' Figur einzustufen ist. Vielmehr gelingt den Kindern beim Quadrat auf der Spitze ein höheres Leistungsniveau bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse, so daß man es noch als 'leichtere' Figur als das Trapez ansehen kann. Aufgrund der vergleichsweise schlechteren Ergebnisse bei der Wiedergabe der Winkel erscheint das Parallelogramm als 'schwerste' Figur, wenngleich dies insgesamt nicht sehr ausgeprägt ist.

Die Unterschiede sind für die einzelnen Eigenschaften nicht alle statistisch signifikant. Vor allem lassen

1) WILCOXON-Test

2) Vgl. auch Tab. 7.60 im Anhang

sich die Unterschiede zwischen Trapez und Parallelogramm in Seitenverhältnissen und Größe nicht absichern, dasselbe gilt für die entsprechenden Unterschiede zwischen den beiden Quadraten.

In der Gesamtbewertung der Formwiedergabe, ausgedrückt durch die Punktzahl für Ähnlichkeit, sind jedoch alle Unterschiede statistisch abgesichert.¹

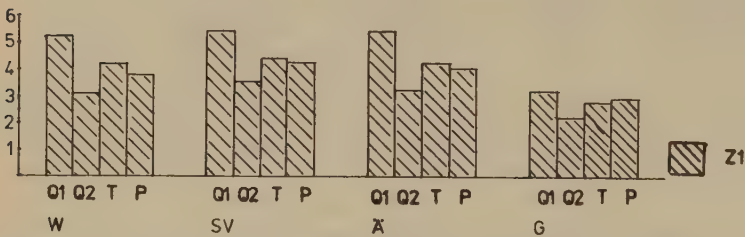


Abb. 5.53: Mittlere Punktzahlen beim ersten Zeichnen in KIGA und SKIGA - die Figuren im Vergleich

Da bei den in Abb. 5.52 dargestellten Ergebnissen nur Kinder aus Kindergarten und Schulkindergarten einbezogen sind, während bei den Ergebnissen in Abb. 5.51 auch die Leistungen von Schulkindern mit eingehen, könnte man annehmen, daß die veränderten Relationen, die bei den Ergebnissen beim Nachkleben auftreten, auf unterschiedliche Leistungstendenzen bei Kindern verschiedener Versuchsgruppen zurückzuführen sind.

Die in Abb. 5.53 dargestellten Ergebnisse schließen diese Vermutung zweifelsfrei aus. Wenn auch im Vergleich zu Abb. 5.51 tendenziell Unterschiede in den Mittelwerten festzustellen sind, ändert sich an den Relationen zwischen den Leistungen bei der zeichnerischen Reproduktion verschiedener Figuren nichts, wenn man sich auf die Versuchsgruppen Kindergarten und Schulkindergarten beschränkt.

1) WILCOXON-Test

Damit ist nachgewiesen, daß die beiden eingesetzten Reproduktionsverfahren den Kindern unterschiedliche Möglichkeiten bei der Wiedergabe euklidisch-metrischer Eigenschaften geometrischer Figuren verschaffen. Über die Tatsache hinaus, daß der Schwierigkeitsgrad in der Wiedergabe euklidisch-metrischer Eigenschaften beim Vergleich spezieller geometrischer Figuren bei den verschiedenen Verfahren unterschiedlich ausfällt, deuten die Ergebnisse an, daß das Verfahren des Nachklebens der geometrischen Figuren mit Holzstäbchen insgesamt eine Erleichterung der Rekonstruktionsaufgabe darstellt. Besonders auffällig zeigen dies die Unterschiede im Leistungsniveau bei der Rekonstruktion des auf die Spitze gestellten Quadrats.

Der Leistungsanstieg ist bei den beiden Quadraten in allen Eigenschaften mit Ausnahme der Größe bei Q1 nach dem WILCOXON-Test signifikant, während sich bei Trapez und Parallelogramm nur noch bei einzelnen Variablen für die Kindergartengruppe ein Leistungszuwachs durch die Stäbchentechnik absichern läßt.¹

Wenn auch Winkel und Seitenverhältnisse bereits vollständig die Ähnlichkeit einer Reproduktion mit der Vorlage bestimmen, wurde über die Ähnlichkeit hinaus die Parallelität als ein besonders formqualifizierendes Merkmal bei der Rekonstruktion der geometrischen Figuren berücksichtigt und ein Vergleich zwischen den Leistungen der Kinder in der Wiedergabe der verschiedenen Parallelenpaare angestellt.

Vergleicht man anhand von Abb. 5.54 zunächst die Ergebnisse bei der zeichnerischen Reproduktion, so liegen die höchsten Leistungen bei der Wiedergabe der vertika-

1) Vgl. dazu 5.3.4 und 5.3.5

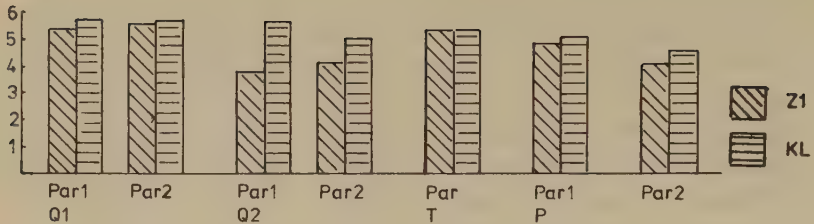


Abb. 5.54: Mittlere Punktzahlen bei der Wiedergabe der Parallelen im ersten Zeichenversuch und beim Kleben - Übersicht

len Parallelen des Quadrats in Normallage. Die Qualität der Wiedergabe horizontaler Parallelen liegt bei Quadrat in Normallage und Trapez etwa auf gleichem Niveau, während die Parallelität der horizontalen Seiten des Parallelogramms qualitativ schlechter wiedergegeben wurde. Deutlich schwächer fallen allerdings die Ergebnisse bei der Wiedergabe schräger Parallelenpaare aus, wie sie beim Quadrat auf der Spitze und beim Parallelogramm vorkommen.¹

Das Rekonstruktionsverfahren mit Hilfe von aufzuklebenen Holzstäbchen bringt insgesamt eine deutliche qualitative Verbesserung in der Wiedergabe der Parallelität von Seiten mit sich. Das bereits hohe Niveau bei der Wiedergabe der horizontalen und vertikalen Parallelen beim Trapez und Quadrat in Normallage konnte allerdings nur beim Quadrat auf eine außergewöhnliche Höhe gesteigert werden, wie sie auch bei der Wiedergabe der übrigen Eigenschaften dieses Quadrats mit Holzstäbchen erreicht wurde. Am deutlichsten prägt sich die Verbesserung bei der Wiedergabe der Parallelität beim auf die Spitze gestellten Quadrat aus.

1) Vgl. auch Tab. 7.61 im Anhang

Vergleicht man darüberhinaus diese Ergebnisse mit den Leistungen bei der Wiedergabe der Größe der Winkel, wie sie in Abb. 5.51 und 5.52 dargestellt sind, so erscheint beachtenswert, daß die Wiedergabe der Eigenschaft der Parallelität von Seiten einer geometrischen Figur offenbar erheblich besser gelingt als die korrekte Darstellung der Größe der einzelnen Winkel.

Das Quadrat in Normallage ist dabei kaum als Beleg heranzuziehen, da hier in allen Eigenschaften ein extrem hohes Leistungsniveau gezeigt wird, das kaum noch Differenzierungsmöglichkeiten in den Ergebnissen zuläßt. Bei den übrigen Figuren jedoch ist der Niveauunterschied offensichtlich, sogar die relativ niedrigen Ergebnisse in der Wiedergabe der 'schrägen' Parallelen am Parallelogramm übertreffen noch deutlich das Leistungsniveau in der Wiedergabe der Winkel des Parallelogramms.

5.4.3 Altersabhängigkeit der Leistungen

Der Vergleich der Ergebnisse in den verschiedenen Versuchsgruppen Kindergarten, Schulkindergarten und Schule brachte nur in einigen wenigen Variablen statistisch signifikante Leistungsunterschiede zwischen den Versuchsgruppen, wenngleich in der Kindergartengruppe die Leistungen tendenziell schwächer waren.

Das Niveau der Leistungen in der Kindergartengruppe - so konnte vermutet werden - war möglicherweise beeinflusst durch deutlich schwächere Reproduktionsleistungen vor allem bei jüngeren Kindern. Aus diesem Grunde wurden die Daten noch einmal differenziert nach Altersgruppen ausgewertet.

Die Zuordnung der Versuchspersonen zu Altersgruppen von Kindern unter 6 Jahren, von 6 bis unter 7 Jahren und von 7 und mehr Jahren ergab das in Tabelle 5.34 dargestellte Bild. Danach befanden sich - erklärlicherweise -

Tab. 5.35: Zugehörigkeit der Versuchspersonen zu Altersgruppen

	KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
unter 6 Jahre	32	0	0	32
6 bis unter 7	31	20	4	55
7 und mehr J.	0	6	58	64
GESAMT	63	26	62	151

in der Gruppe der weniger als 6 Jahre alten Kinder nur Kinder aus dem Kindergarten. Der Anteil dieser Gruppen an der Kindergartengruppe betrug 50,8 %, also etwa die Hälfte. Die andere Hälfte der Kindergartengruppe stellte 56,4 % der 6 - 7jährigen Kinder. Der überwiegende Teil der Schulkindergartengruppe, nämlich 76,9 % zählte ebenfalls zu dieser Altersgruppe, während die Versuchsgruppe der Schulkinder nur einen Anteil von 6,5 % von Kindern unter 7 Jahren enthielt.

Die Schulkinder stellten 90,6 % der Kinder von mehr als 7 Jahren.

Durch die Altersdifferenzierung lassen sich tatsächlich einige Unterschiede im Leistungsniveau aufschlüsseln.

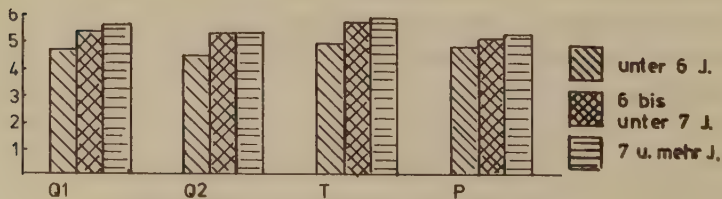


Abb. 5.55: Mittelwerte bei visueller Diskrimination - differenziert nach Altersgruppen

Bereits bei den Differenzierungsleistungen (Abb. 5.55) zeigen sich Unterschiede, die vor allem für die jüngste Altersgruppe auf ein höheres Maß an Fehlleistungen im Vergleich zu den übrigen Gruppen hindeuten.¹

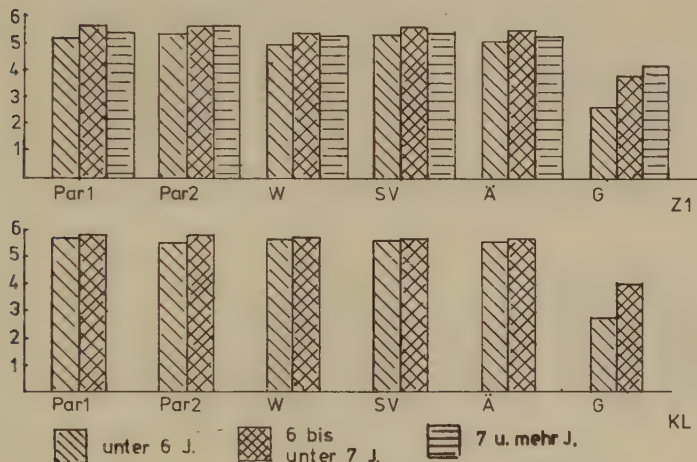


Abb. 5.56: Mittlere Punktzahlen bei der Reproduktion des Quadrats in Normallage - differenziert nach Altersgruppen

Bei der zeichnerischen Reproduktion des Quadrats in Normallage² bestätigt sich in allen Eigenschaften das niedrige Leistungsniveau der jüngsten Altersgruppe; der U-Test bestätigt außer bei der Wiedergabe der Parallelen die Unterschiede gegenüber den beiden Gruppen älterer Kinder als statistisch signifikant.

Eine Oberlegenheit der Gruppe der mehr als 6jährigen läßt sich dagegen nicht feststellen.³ Vielmehr deutet sich tendenziell ein höheres Niveau bei der Wiedergabe

1) Vgl. auch Tab. 7.62 im Anhang

2) S. Abb. 5.56

3) U-Test nicht signifikant

formqualifizierender Merkmale bei den 6 - 7jährigen Kindern an.

Das Verfahren des Nachklebens¹ läßt die jüngeren Kinder ein annähernd gleiches Niveau in der Wiedergabe der formqualifizierenden Merkmale erreichen, wie es den 6jährigen gelingt - signifikant sind die Differenzen nur bei den senkrechten Parallelen und bei der Größe.² Ein Vergleich zur Gruppe der über 7jährigen ist bei diesem Verfahren nicht sinnvoll, da bei der Reproduktionsaufgabe durch Aufkleben von Holzstäbchen lediglich 6 Kinder von mehr als 7 Jahren beteiligt waren.

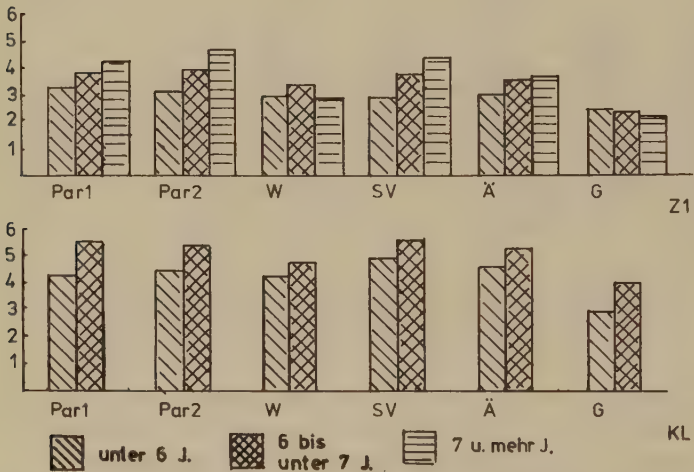


Abb. 5.57: Mittlere Punktzahlen bei der Reproduktion des Quadrats auf der Spitze - differenziert nach Altersgruppen

Die zeichnerische Wiedergabe des auf die Spitze gestellten Quadrats³ zeigt ebenfalls bei den jüngeren Kindern

1) S. Abb. 5.56

2) Vgl. auch Tab. 7.63 im Anhang

3) Abb. 5.57

durchschnittlich schlechtere Leistungen als in den beiden Gruppen der 6 und mehr Jahre alten Kinder. Ausgenommen davon ist die Eigenschaft der absoluten Größe, deren Wiedergabe allen Altersgruppen in gleicher Weise schwerfällt.

Abgesehen von der überraschend niedrigen Qualität bei der Wiedergabe der Winkel - hier sind sie ebenso wie die unter 6jährigen der mittleren Altersgruppe sogar signifikant unterlegen - zeigen die mehr als 7jährigen Kinder ein deutlich höheres Niveau in der Wiedergabe der Eigenschaften des Quadrats auf der Spitze (signifikant für Parallelen und Seitenverhältnisse).

Beim Nachkleben¹ gelingt den unter 6 Jahre alten Kindern zwar eine beträchtliche Verbesserung, dennoch bleiben die Ergebnisse der 6jährigen qualitativ deutlich über dem Niveau der Reproduktionsleistungen der jüngeren Kinder, was sich allerdings nur bei Parallelen und Größe statistisch signifikant absichern läßt, beim zweiten Parallelenpaar sogar nur auf dem 10 %-Niveau.²

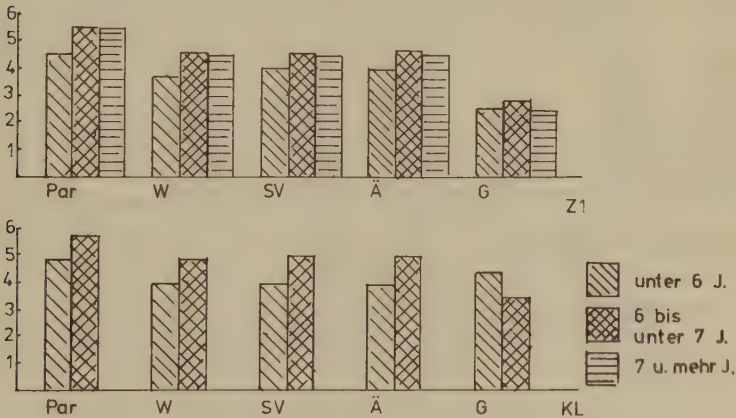


Abb. 5.58: Mittlere Punktzahlen bei der Reproduktion des Trapezes - differenziert nach Altersgruppen

1) Abb. 5.57

2) Vgl. auch Tab. 7.64 im Anhang

Beim Trapez¹ bestätigt sich das inzwischen gewonnene Bild: Abgesehen von den Eigenschaften der absoluten Größe liegen die Leistungen der 6jährigen Kinder deutlich über denen der jüngeren Kinder, ja übertreffen (beim Zeichnen) zumeist sogar das Ergebnis der Kinder von über 7 Jahren.² Bei den Seitenverhältnissen und der Größe ist die Überlegenheit gegenüber den unter 6jährigen jedoch nicht signifikant beim Zeichnen, während der U-Test für die Stäbchentechnik bei allen Eigenschaften kritische Werte zumindest für das 5 %-Niveau liefert. Die unter 6jährigen Kinder sind dagegen den mindestens 7jährigen nur in der Wiedergabe der Parallelen ($p < 0.01$) und Winkel ($p < 0.1$) stark unterlegen.

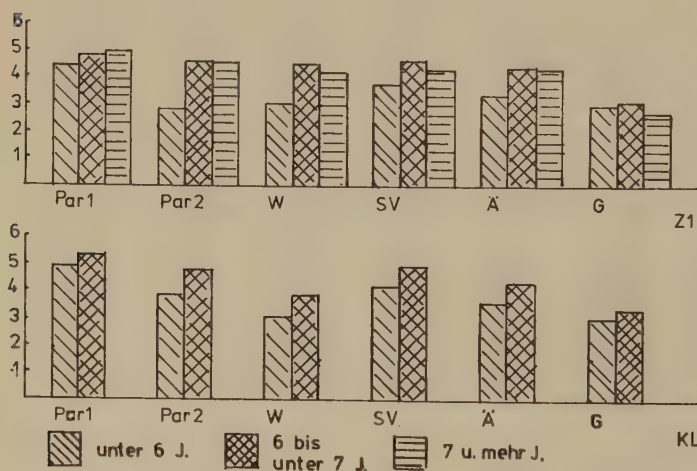


Abb. 5.59: Mittlere Punktzahlen bei der Reproduktion des Parallelogramms - differenziert nach Altersgruppen

Vergleichbare Leistungsunterschiede zeigen sich auch beim Parallelogramm. Bei der Reproduktion des Parallelo-

1) Abb. 5.58

2) Vgl. auch Tab. 7.65 im Anhang

gramms fällt besonders die extrem schwache Leistung in der zeichnerischen Wiedergabe der Parallelität der gegenüberliegenden 'schrägen' Seiten durch die unter 6 Jahre alten Kinder auf. Das niedrige Leistungsniveau wirkt sich vor allem auch in der daraus resultierenden schlechten Wiedergabe der Winkel aus.

Auch hier zeigen sich die 6 - 7jährigen Kinder den älteren weitgehend gewachsen oder sogar - wenn auch nicht signifikant - überlegen. Deutlich übertreffen sie dabei die Leistungen der unter 6jährigen. (Mit Ausnahme der horizontalen Parallelen und der Größe bei allen Eigenschaften in beiden Verfahren signifikant.)

Damit lassen sich beim Vergleich der Ergebnisse in verschiedenen Altersgruppen stärkere Unterschiede feststellen, als es beim Vergleich der Versuchsgruppen war. Die Ergebnisse bei den Kindern von weniger als 6 Jahren zeigen im Durchschnitt ein niedrigeres Niveau als in den übrigen Altersgruppen. Die 7jährigen und älteren Kinder sind hingegen den 6jährigen bei der zeichnerischen Wiedergabe euklidisch-metrischer Eigenschaften an geometrischen Figuren nicht überlegen.

Innerhalb der am schwächsten abschneidenden Altersgruppe der unter 6jährigen Kinder kann jedoch nicht etwa von einem gleichmäßig niedrigen Leistungsniveau die Rede sein, vielmehr deuten die erheblich höheren Werte bei der Standardabweichung¹ in fast allen der in den Abb. 5.55 - 5.59 aufgeführten Variablen darauf hin, daß zwar eine Reihe von Kindern zu Leistungen in der Wiedergabe geometrischer Figuren in der Lage ist, die den Leistungen der anderen Altersgruppen entsprechen, daß aber andererseits die Altersgruppe insgesamt eine geringere

1) S. Tab. 7.63 - 7.66 im Anhang

Homogenität in der Entwicklung geometrischer Fähigkeiten aufweist.

5.4.4 Einflüsse der Reihenfolge der Durchführung zeichnerischer Rekonstruktion und Stäbchenverfahren auf die Leistungen der Versuchspersonen

Im Kindergarten und Schulkindergarten nahmen die Versuchspersonen an beiden beschriebenen Verfahren zur Reproduktion geometrischer Figuren teil.

Da nicht ausgeschlossen werden konnte, daß die Reproduktion geometrischer Figuren mit einem Verfahren - sei es nun Nachkleben oder grafomotorische Wiedergabe - Auswirkungen auf die Leistung bei dem anderen Verfahren hatte, führten die Versuchspersonen die beiden Aufgabenstellungen in unterschiedlicher Reihenfolge durch. So erstellte ein Teil der Kinder zunächst die Reproduktionen durch Aufkleben der Holzstäbchen, ehe die Figuren nachgezeichnet wurden, während ein anderer Teil mit den Zeichnungen begann. Die Kinder der Kindergartengruppe wurden dabei zufällig ausgewählt, wobei auf zahlenmäßige Ausgewogenheit geachtet wurde. Im Schulkindergarten wurde so verfahren, daß je eine Schulkindergartengruppe insgesamt die eine oder die andere Reihenfolge der Verfahren einhielt. Beide Gruppen waren hier gleich stark.

Aus organisatorischen Gründen war es nicht möglich, die Zeitabstände, die zwischen der Durchführung der beiden Aufgabenstellungen lagen, für alle Kinder einheitlich einzurichten. So schwanken die Zeitabstände zwischen ca. eineinhalb Wochen und einem Tag.

Insgesamt nahmen an beiden Aufgabenstellungen 77 Kinder teil, davon 51 Kinder aus dem Kindergarten und 26 aus dem Schulkindergarten. 40 dieser Kinder führten zuerst

die zeichnerischen Reproduktionen aus (Gruppe I), während 37 mit dem Nachkleben begannen (Gruppe II). Die Gruppen setzten sich zusammen aus 27 KIGA-Kindern und 13 SKIGA-Kindern bzw. 24 KIGA-Kindern und 13 SKIGA-Kindern. Die Auswertung der Ergebnisse differenziert nach diesen beiden Versuchsgruppen kann die Vermutung von Auswirkungen der Reihenfolge der Durchführung der Reproduktionsverfahren nicht entkräften.

Da die Untersuchung nicht darauf angelegt war, Auswirkungen der Verfahren zu prüfen und die jeweilige Vorerfahrung nur in der einmaligen Anwendung des anderen Verfahrens bestand, konnten keine außergewöhnlich starken Unterschiede in den Auswirkungen erwartet werden. Um so erstaunlicher war es, daß sich bei den verschiedenen Versuchsgruppen dann doch Differenzen¹ ($p < 0.1$ oder besser) erreichten.

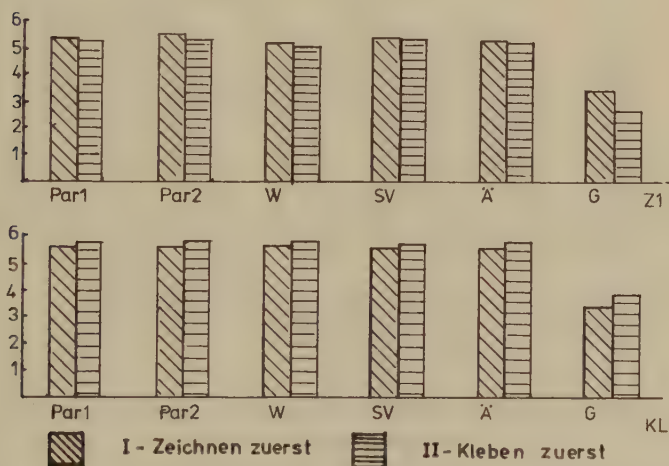


Abb. 5.60: Mittlere Punktzahlen bei der Reproduktion des Quadrats in Normallage - differenziert nach Reihenfolge der Verfahren

1) U-Test

Bei der Reproduktion des Quadrats in Normallage zeigen sich in den Leistungen der beiden Gruppen keine besonders großen Unterschiede in der Wiedergabe der formbestimmenden Eigenschaften der vorgelegten Figur. Allerdings fällt auf, daß die vorhandenen Differenzen in den Mittelwerten eine gleichbleibende Tendenz aufweisen: Jede Gruppe scheint der anderen jeweils in dem Verfahren überlegen zu sein, das sie als erstes durchgeführt hat, ein Ergebnis, das im Hinblick auf die motivationalen Bedingungen der Versuchspersonen interessant werden könnte.

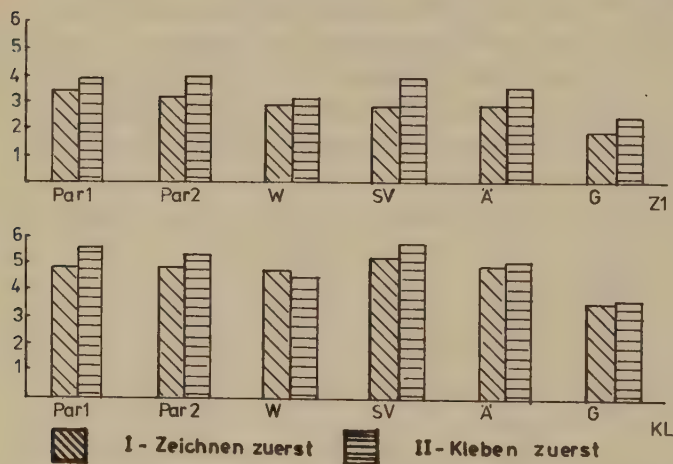


Abb. 5.61: Mittlere Punktzahlen bei der Reproduktion des Quadrats auf der Spitze - differenziert nach Reihenfolge der Verfahren

Die Ergebnisse bei der Wiedergabe des auf die Spitze gestellten Quadrats zeigen dagegen ein anderes Bild: Bis auf die Wiedergabe der Winkel beim Kleben weist die Gruppe II in allen Eigenschaften - vor allem aber auch beim Zeichnen - ein höheres Leistungsniveau auf. Beim Zeichnen sind die Unterschiede sogar signifikant für das zweite Parallelenpaar ($p < 0.1$), Seitenverhält-

nisse ($p < 0.05$) und Größe ($p < 0.1$), beim Nachkleben für das erste Parallelenpaar ($p < 0.01$) und die Seitenverhältnisse ($p < 0.1$).

Die Unterschiede beim Kleben, vor allem im Hinblick auf die bessere Leistung der Gruppe I bei der Wiedergabe der Winkel erscheinen dabei weniger ausgeprägt.

Am meisten hervorzuheben ist die weitaus höhere Qualität in der Wiedergabe der Seitenverhältnisse bei der ersten Zeichnung der Gruppe II.

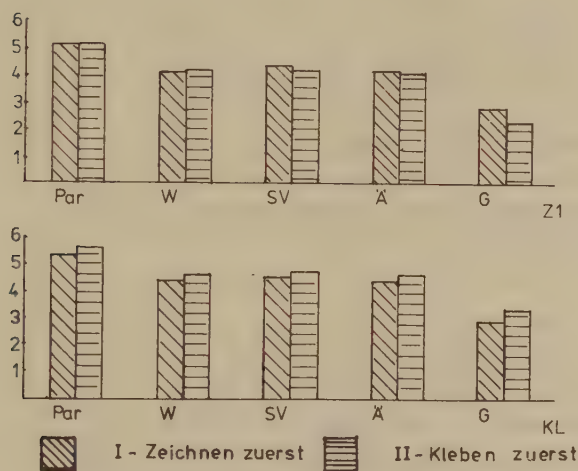


Abb. 5.62: Mittlere Punktzahlen bei der Reproduktion des Trapezes - differenziert nach Reihenfolge der Verfahren

Beim Trapez (Abb. 5.62) läßt sich ein vergleichbarer Trend nicht feststellen. Die auftretenden Differenzen zeigen bei weitem kein so ausgeprägtes Bild wie bei der Wiedergabe des Quadrats auf der Spitze. Gleichmäßig erscheint nur die Tendenz zur besseren Leistung der zweiten Gruppe bei der Wiedergabe der Figur mit Hilfe aufgeklebter Holzstäbchen, damit des von dieser Gruppe zuerst durchgeführten Verfahrens.

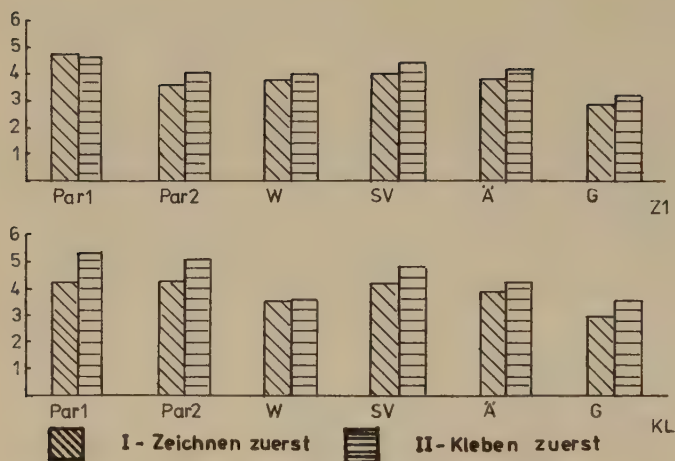


Abb. 5.63: Mittlere Punktzahlen bei der Reproduktion des Parallelogramms - differenziert nach Reihenfolge der Verfahren

Beim Parallelogramm schließlich zeigt sich erneut eine durchgehende Überlegenheit der Gruppe II bei der zeichnerischen Reproduktion; Ausnahme ist dabei lediglich die Wiedergabe der horizontalen Parallelen, bei der die Gruppe I in der zeichnerischen Wiedergabe besser abschneidet. Die Unterschiede, die bei der Wiedergabe des auf die Spitze gestellten Quadrats auftraten, werden hier in ihrer Tendenz bestätigt, wenngleich sie absolut gesehen nicht ein vergleichbares Maß erreichen. Ein signifikantes Niveau wird im Zeichnen nur bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse ($p < 0.1$) erreicht, bei der Stäbchentechnik jedoch bei den 'schrägen' Parallelen, den Seitenverhältnissen und der Größe ($p < 0.1$), also auch hier bleibt die Gruppe II beim Kleben überlegen. Allerdings erreicht Gruppe I in der Wiedergabe der Winkel das gleiche Leistungsniveau.

Bei beiden Gruppen gilt für alle Figuren, daß das Ver-

fahren des Aufklebens von Holzstäbchen eine Verbesserung der Leistung bei der Wiedergabe formbestimmender Merkmale mit sich bringt, und zwar bei den einzelnen Eigenschaften und Figuren mehr oder weniger ausgeprägt. Nur im Fall der Wiedergabe der Winkel am Parallelogramm liegen beim Kleben niedrigere Ergebnisse vor.

Beim Quadrat in Normallage, der Figur, bei der das Leistungsniveau insgesamt am höchsten lag, schnitten die Gruppen I und II jeweils in den zuerst durchgeführten Verfahren am besten ab, während beim Parallelogramm und vor allem dem Quadrat auf der Spitze eine Überlegenheit der Gruppe II auch beim Zeichnen, also bei dem in diesem Fall später durchgeführten Verfahren, festzustellen war.

Ein vergleichbares Bild zeigte sich auch in der Wiedergabe der Größe. Die Ergebnisse bei der Berücksichtigung dieser Eigenschaft bestätigen für beide Gruppen die Tendenzen, die schon in der Beschreibung der Ergebnisse bei der Wiedergabe formqualifizierender Merkmale beschrieben wurden.

Damit kann als erwiesen gelten, daß die Vorerfahrung in der Rekonstruktion ebener geometrischer Figuren mittels eines spezifischen Verfahrens nicht ohne Auswirkungen auf die Reproduktionsleistungen in einem anderen Aktivitätsbereich bleibt; ja es ist sogar anzunehmen, daß speziell das Stäbchenverfahren positive Auswirkungen auf die Leistung bei späteren zeichnerischen Reproduktionen hat.

5.4.5 Leistungssteigerungen beim Zeichnen nach vorherigem Versagen

Die Wiederholung der ersten zeichnerischen Reproduktion sollte den Kindern die Möglichkeit geben, in einer

zweiten Zeichnung Fehler zu vermeiden, die sie während der ersten Reproduktion und in visueller Kontrolle nach Fertigstellung wahrgenommen hatten.

Allerdings konnte erwartet werden, daß Kinder, die mit ihrer ersten Reproduktion bereits zufrieden waren, in ihrer Aufmerksamkeit beim Bemühen um korrekte Wiedergabe nachlassen würden. So zeigten sich denn auch insgesamt - und das gilt auch für die einzelnen Versuchsgruppen - eher Tendenzen zu einer Verschlechterung beim zweiten Zeichnen¹, allerdings nicht in sehr starkem Maße, so daß man sagen kann, daß das Leistungsniveau insgesamt in etwa erhalten blieb.

Dennoch erscheint eine differenzierte Betrachtung der Ergebnisse interessant. Inwieweit nämlich verbessern sich Kinder, die bei der ersten Rekonstruktion versagt haben, bei einer Wiederholung der Aufgabe? Es wurde schon erwähnt, daß in den Vorversuchen einige Kinder ein deutliches Korrekturverhalten an den Tag legten, um Einzelheiten an ihren Reproduktionen qualitativ zu verbessern. Dieses Bemühen war bei Wiederholung der Zeichnung besonders deutlich geworden.

Betrachtet man bei den vorliegenden Untersuchungsergebnissen die Reproduktionsleistungen von solchen Kindern, die bei der ersten Zeichnung für die Ähnlichkeit der Figur mit der Vorlage einen Punktwert von weniger als 2,5 Punkten erhielten - diese willkürlich gesetzte Grenze erscheint als vertretbares Kriterium für eine Fehlleistung -, so erhält man aufschlußreiche Informationen über die Wiederholungsleistung.

Als erstes ist festzuhalten, daß in keiner der Versuchsgruppen ein Kind entsprechend dem angegebenen Kriterium beim ersten Zeichnen des Quadrats in Normallage versagt.

1) Vgl. 5.3

Betrachtet man darüberhinaus die beiden Komponenten Winkel und Seitenverhältnisse, die zusammen den Ähnlichkeitswert bestimmen, so ist es nur jeweils ein Kind, das keine 2,5 Punkte für die Wiedergabe dieser Merkmale erhält.¹ Beiden Kindern gelingt insgesamt jedoch offenbar ein Ausgleich durch die Wiedergabe des anderen Merkmals.

Selbst wenn man für das Quadrat in Normallage das Kriterium für Versagen bei 3,5 Punkten ansetzen würde, handelt es sich nur um 5 Kinder von insgesamt 143, die unter dieses Kriterium fallen würden.

Beim Quadrat in Normallage sind unter diesen Kriterien also keine Informationen über eine Verbesserung beim Zeichnen nach ersten Versagen zu gewinnen.

Anders dagegen beim Quadrat auf der Spitze.

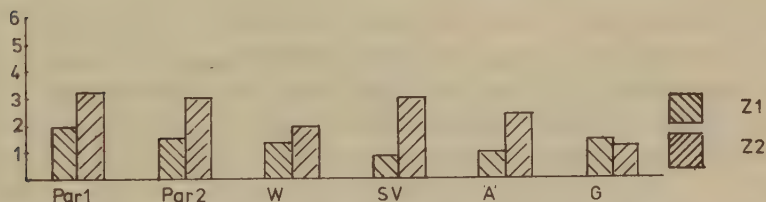


Abb. 5.64: Leistungen im ersten und zweiten Zeichenversuch bei Kindern, die im ersten Zeichenversuch versagen; Q2

Beim Quadrat auf der Spitze sind es immerhin 21 % der Versuchspersonen, die beim ersten Zeichnen versagen. Die Auswirkungen zeigen sich in allen betrachteten Einzelheiten, in der Wiedergabe der Parallelen, Winkel und besonders bei den Seitenverhältnissen.

Die Wiederholung der Zeichnung führt bei diesen Kindern zu einer erheblichen Verbesserung in der Wiedergabe der Form der Figur. Auffällig ist die Verbesserung vor allem bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse.

1) S. Tab. 7.8, 7.12 und 7.14 im Anhang

Während die Wiedergabe der Parallelität sich im Mittel auf über 3 Punkte verbessert, bleiben die Kinder bei der absoluten Größe auf demselben Niveau wie beim ersten Zeichnen. Tatsächlich sind alle Leistungssteigerungen mit Ausnahme bei der Größe statistisch hoch signifikant.¹

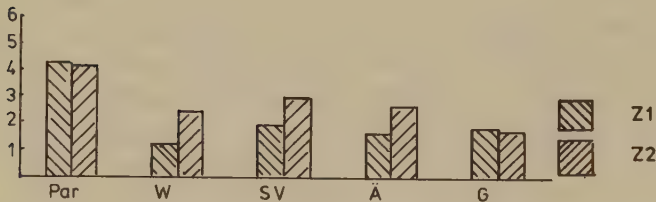


Abb. 5.65: Leistungen im ersten und zweiten Zeichenversuch bei Kindern, die im ersten Zeichenversuch versagen; T

Beim Trapez sind es nur elf Kinder und damit 7,7 % der Versuchspersonen, die beim ersten Zeichnen entsprechend dem genannten Kriterium versagen. Unter diesen Kindern ist allerdings kein Schulkind (in Kindergarten und Schulkindergarten entsprechen die elf Kinder einem Anteil von 13,6 %).

Bei diesen Ergebnissen fällt auf, daß die Eigenschaft, die die dargestellte Figur zu einem Trapez macht, nämlich die Parallelität der beiden horizontalen Seiten, auch von den Kindern, denen insgesamt die Wiedergabe der Ähnlichkeit mißlingt, qualitativ gut wiedergegeben wird. Die Verschlechterung der Wiedergabe dieser Eigenschaft beim zweiten Zeichnen entspricht der Tendenz in der Gesamtstichprobe.

Erneut weisen die Kinder bei der Wiedergabe der Winkel und Seitenverhältnisse im zweiten Zeichnen eine deutliche Leistungssteigerung auf, das Leistungsniveau in

1) WILCOXON-Test, $p < 0.01$

der Wiedergabe der Größe bleibt dagegen unverändert.

Der geringe Umfang der Stichprobe ist wohl die Ursache dafür, daß die Unterschiede kein so hohes Maß statistischer Sicherheit erreichen. Bei Winkeln und Ähnlichkeit ist der WILCOXON-Test mit $p < 0.1$, bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse mit $p < 0.05$ signifikant.

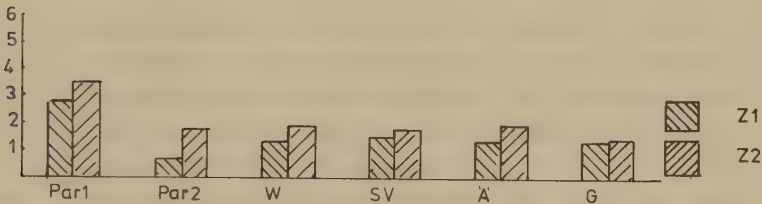


Abb. 5.66: Leistungen im ersten und zweiten Zeichenversuch bei Kindern, die im ersten Zeichenversuch versagen; P

Beim Parallelogramm versagen bei der ersten Zeichnung 9,8 % der Kinder. Die Fehlleistungen schlagen sich vor allem in der unkorrekten Wiedergabe der 'schrägen' Parallelen nieder. Auch beim Parallelogramm ist eine qualitative Verbesserung der Ergebnisse bei Wiederholung der zeichnerischen Reproduktion zu beobachten, wenngleich betont werden muß, daß die Verbesserungen nicht so ausgeprägt sind wie etwa bei der Reproduktion des auf die Spitze gestellten Quadrats oder des Trapezes. Nur bei der Wiedergabe der Winkel sowie der 'schrägen' Parallelen ist der Leistungszuwachs wenigstens auf 10 %-Niveau signifikant.

Zusammenfassend sei bemerkt, daß die Wiederholung der zeichnerischen Reproduktion bei Kindern, deren erste Zeichnung als Fehlleistung anzusehen ist, zu deutlichen qualitativen Verbesserungen des Leistungsniveaus in den formqualifizierenden Eigenschaften der dazustellenden geometrischen Figur führt.

5.5 Interpretation der Versuchsergebnisse

Es ist nun an der Zeit, die dargestellten Ergebnisse der Untersuchung im Hinblick auf die Möglichkeiten zur Beschäftigung mit geometrischen Aufgabenstellungen bei Kindern im Vorschulalter zusammenfassend zu interpretieren.

Bevor ich jedoch versuchen will, aus den Ergebnissen Schlüsse über die Grundlegung geometrischer Begriffsbildungen und über die geometrischen Fähigkeiten der beteiligten Versuchspersonen zu ziehen, erscheint es notwendig, einiges zu den Bedingungen der Untersuchung zu sagen, um damit die Aussagen, die aufgrund der gezeigten Leistungen gemacht werden, als Aussagen über die tatsächliche Leistungsfähigkeit von Vorschulkindern zu rechtfertigen.

5.5.1 Die Konzentration und Leistungsbereitschaft der Versuchspersonen

Es wurde schon erwähnt, daß in der Kindergartengruppe nur Kinder an den Aufgabenstellungen teilnahmen, die sich freiwillig dazu bereitfanden, und daß im Schulkindergarten ebenfalls alle teilnehmenden Kinder ihre Bereitschaft zeigten, in den Versuchen mitzuarbeiten. Für den Bereich der Schulklassen kann in dieser Hinsicht keine Aussage gemacht werden.

Für die Gruppen der Kinder aus vorschulischen Einrichtungen, die im besonderen Blickfeld der Untersuchung liegen, kann allerdings von einer 'guten Aufgabenwilligkeit' gesprochen werden, um einen Ausdruck von E.W. KLEBER¹ aufzugreifen. Zieht man KLEBERs Untersu-

1) KLEBER 1973, S. 242

chung zur Konzentration und Belastbarkeit von Vorschulkindern heran, um die Angemessenheit der Versuchsbedingungen für die Arbeit mit Kindern dieser Altersgruppe zu überprüfen, so darf man davon ausgehen, daß die Anforderungen, die an die Versuchspersonen hinsichtlich ihrer Belastbarkeit gestellt wurden, dem Leistungsniveau dieser Altersstufe angemessen waren.

"Aufgabendruck, Supervisionsdruck, Gruppendruck und direkter äußerer Druck durch Ermahnung, Ermutigung und Oberredung stellen ein System dar, in dem Vorschüler ohne Symptome der Überbelastung und Anzeichen von Konzentrationsstörungen in jedem Falle über 10 Minuten, unter günstigen Bedingungen auch 20 Minuten arbeiten und lernen können."¹

Im einzelnen ist damit besonders zu bedenken, welche Einflüsse die Gruppengröße, in der die Kinder aus vorschulischen Einrichtungen die Aufgaben bearbeiteten, die Dauer der Versuchsdurchführung und die Art der Aufgabenstellung auf das Konzentrations- und Leistungsvermögen der Kinder gehabt haben könnten. KLEBER weist darauf hin, daß bei steigender Gruppengröße Effekte der Überbelastung auftreten können: "... bevor weitere empirische Ergebnisse vorgelegt werden, empfiehlt es sich, die Gruppengröße kleiner als sieben zu wählen."²

Allerdings ist nicht auszuschließen, daß auch schon bei kleinerer Gruppengröße einzelne Kinder in besonderem Maße von der Gruppensituation beeinflusst werden.

Bei der vorliegenden Untersuchung wurde in der Regel in Gruppen zu vier Kindern gearbeitet, lediglich beim Nachkleben von Figuren nahmen bis zu sechs Kinder gleichzeitig an den Versuchen teil. Damit kann eine

1) KLEBER 1973, S. 242

2) Ebd., S. 242

der Voraussetzungen für die konzentrierte Arbeit von Vorschulkindern als erfüllt gelten.

Die Dauer der Durchführung der einzelnen Aufgabenstellungen betrug im Fall des Zeichnens bei allen Kindern weniger als 15 Minuten, bei Aufgaben zur visuellen Diskrimination in der Regel noch weniger. Beim Nachkleben jedoch benötigen die Kinder im Mittel ca. 20 - 25 Minuten, einige Kinder sogar noch mehr.

Damit erscheint nach KLEBER zwar auch noch nicht generell eine Überlastung der Versuchspersonen gegeben zu sein. Man muß jedoch berücksichtigen, daß in den Aufgabenstellungen mit den geometrischen Figuren nur abstraktes Reizmaterial angeboten wurde.

"Bei konzentrierter Tätigkeit an abstraktem Reizmaterial zeichnen sich aber im Leistungsverlauf Konzentrationsstörungen ab, und die Belastbarkeit ist herabgesetzt bzw. es tritt eine Überbelastung auf."¹

Mit dem Einfluß dieses Effektes bei der Aufgabenstellung des Nachklebens geometrischer Figuren mit Holzstäbchen muß gerechnet werden. Reaktionen einzelner Kinder deuten darauf hin, daß tatsächlich gegen Ende dieses Versuchsabschnitts einige Kinder in ihren Leistungen wegen Überbelastung nachließen.

Ein Beispiel mag dies illustrieren:

Wolfgang, 4;10 Jahre, klebt ganz sorgfältig die Figuren nach. Beim Quadrat in Normallage wählt er eine zu große Seitenlänge, aber ansonsten wird es sehr exakt (Bewertung für alle sonstigen Eigenschaften: 6 Punkte).

Das Quadrat auf der Spitze bereitet mehr Schwierigkeiten. In ganz sorgfältiger Arbeit mit viel Zeitaufwand führt W. seine Aufgabe durch. Die Seitenlängen werden exakt wiedergegeben, nur die rechten Winkel gelingen nicht ganz genau (Bewertung für Winkel: 4 Punkte, Seitenverhältnisse: 6 Punkte,

1) KLEBER 1973, S. 243

Parallelität: 5 bzw. 6 Punkte). Ähnlich geht es W. beim Trapez; lediglich ein Winkel weicht mehr als 5^0 vom korrekten Winkel ab (Gesamtwertung für Ähnlichkeit: 5,9 Punkte). Damit ist W. aber am Ende seiner Leistungskraft angelangt: Das Parallelogramm verweigert er. Stattdessen klebt er ein gleichseitiges Dreieck auf. Darauf angesprochen, meint W.: "Das kann ich nicht mehr." W. wirkt erschöpft, aber zufrieden über seine geleistete Arbeit.

Anmerkung: W.s Leistung beim Parallelogramm geht als völlige Fehlleistung in die Auswertung ein.

Zusammenfassend ist also festzuhalten, daß die Versuchspersonen in der Versuchssituation im allgemeinen nicht überfordert wurden. Lediglich die Leistungen beim Nachkleben der Figuren stehen bei einzelnen Kindern, vor allem solchen, die besonders lange Zeit benötigen, unter dem Einfluß nachlassender Konzentrationsfähigkeit aufgrund von Überbelastung.

5.5.2 Die Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften bei der Reproduktion geometrischer Figuren

Die Untersuchung sollte erweisen, ob Kinder aus vorschulischen Einrichtungen bereits in der Lage sind, geometrische Figuren unter Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften zu reproduzieren.

Die Ergebnisse zeigen für die Rekonstruktion von vier Typen eines Vierecks, daß bereits viereinhalb- bis siebenjährige Kinder in hohem Maße in der Lage sind, bei der Wiedergabe visuell wahrgenommener geometrischer Figuren formtypische Merkmale wie Größe der Winkel, Parallelität von Seiten, Verhältnis von Seitenlängen zu berücksichtigen und qualitativ so gut wiederzugeben, daß es möglich erscheint, durch Vermittlung gezielter

Erfahrungen schon in diesem Alter eine konkrete Grundlage für die spätere Ausbildung geometrischer Begriffe zu legen.

Die Leistungen der Kinder bei der Reproduktion geometrischer Figuren hängen in starkem Maße von den spezifischen Merkmalen der Figur ab.

a) Horizontale, Vertikale und 'Schräge'

Im Einklang mit den zuvor dargestellten Ergebnissen entwicklungspsychologischer Forschung stehen die Schwierigkeiten der Kinder, an Figuren solche Winkel exakt wiederzugeben, die durch Geraden gebildet werden, die gegenüber der Horizontalen und Vertikalen eines rechtwinkligen Bezugssystems geneigt sind, wie es durch die Rechteckform und eine damit verbundene natürliche Einteilung des Arbeitsblattes in ein 'Oben' und 'Unten', 'Links' und 'Rechts' verstärkt wird.

Diese Schwierigkeiten machen sich bereits bei Winkeln bemerkbar, die durch eine horizontale und eine 'schräge' Seite gebildet werden, werden aber vollends beim auf die Spitze gestellten Quadrat wirksam, bei dem alle vier Seiten gegenüber den Achsen des anschaulichen äußeren Bezugssystems geneigt sind.

Auch auf die Wiedergabe der Parallelität von Seiten bei den vorgelegten Figuren bleibt diese Schwierigkeit der Kinder nicht ohne Auswirkung: Die Reproduktion der horizontalen und vertikalen Parallelenpaare gelingt wesentlich besser als die Wiedergabe 'schräger' Parallelenpaare.

b) Formqualifizierende Merkmale

Beachtlich erscheint die Leistung der Kinder bei der Reproduktion jener Merkmale, die die dargestellte Figur charakterisieren, besonders wenn man sich auf das Verfahren der Wiedergabe mit Hilfe von Holzstäbchen bezieht.

Beim Quadrat in Normallage werden in erstaunlicher Exaktheit die Merkmale wiedergegeben, die die dargestellte Figur zum Quadrat machen: Die paarweise Parallelität der gegenüberliegenden Seiten, die Obereinstimmung der Länge der Seiten, insbesondere der jeweils gegenüberliegenden Seiten, die rechten Winkel. Das beim Zeichnen bereits sehr hohe Niveau wird beim Kleben noch übertroffen.

Das Quadrat auf der Spitze erscheint demgegenüber nicht in seinen charakteristischen Merkmalen wiedergegeben zu werden, vor allem die zeichnerische Wiedergabe zeigt kein hohes Niveau in der qualitativen Berücksichtigung der formtypischen Eigenschaften des auf die Spitze gestellten Quadrats.

Das Aufkleben von Holzstäbchen eröffnet den Kindern dagegen eine Möglichkeit zu einer erheblichen qualitativen Verbesserung der Wiedergabe der Figur, wenngleich das Niveau der Leistungen beim Quadrat in Normallage, dessen Seiten den Achsen des äußeren Bezugssystems parallel sind, nicht erreicht wird. Sieht man das auf die Spitze gestellte Quadrat allgemeiner als Rhombus an - bei dem es also nicht auf die rechten Winkel ankommt, um ihn als Formtyp eines Vierecks zu charakterisieren - so zeigen die Leistungen der Kinder beim Aufkleben von Stäbchen ein erstaunliches Niveau bei der Konstruktion dieser Form: Die Parallelität der Paare gegenüberliegender Seiten wird erheblich besser wiedergegeben als die Größe der Winkel, und die Gleichheit der Seiten

wird erstaunlich gut erfaßt. Die Wiedergabe der Gleichheit der Seiten wird durch die Auswahl gleichlanger Stäbchen zu einer leichten Aufgabe. Bei dieser Figur bewährt sich das Verfahren der Rekonstruktion mit Holzstäbchen mithin besonders.

Gelingt den Kindern trotz aller motorischen Probleme beim Zeichnen zwar dennoch eine qualitative Wiedergabe der formtypischen Eigenschaften, so liefert das Aufkleben mit Stäbchen demgegenüber Reproduktionen von erheblich größerer Genauigkeit.

Auch beim Trapez wird das charakterisierende Merkmal, das das Viereck zum Trapez macht, nämlich die Parallelität der horizontalen Seiten, von den Kindern offenbar nicht übersehen. Wenn auch die korrekte Wiedergabe der Winkel Schwierigkeiten macht - in gegenseitiger Abhängigkeit mit der Schwierigkeit, die Seitenverhältnisse korrekt wiederzugeben - so wird doch mit nicht geringem Erfolg darauf geachtet, die Parallelität der gegenüberliegenden Seiten korrekt wiederzugeben.

Beim Parallelogramm gelingt die Wiedergabe der charakteristischen beiden Parallelenpaare nicht so gut: Wohl werden die horizontalen Parallelen in den Reproduktionen erfaßt, bei den 'schrägen' Parallelen jedoch haben die Kinder Schwierigkeiten, die durch das Verfahren des Aufklebens nicht völlig behoben werden können.

Festzuhalten bleibt jedoch nochmals die insgesamt hohe Leistungsfähigkeit der Kinder in der Berücksichtigung formqualifizierender Merkmale bei der Reproduktion ebener geometrischer Figuren, die in weitem Maße über ein Niveau von Reproduktionen hinausgeht, die lediglich von der Berücksichtigung topologischer Invarianten gekennzeichnet sind.

c) Wiedergabe der Größe: metrische Eigenschaften

Die Ergebnisse, die die weitgehende Berücksichtigung formbestimmender Merkmale bei der Reproduktion ebener geometrischer Figuren zeigen, d.h. die Berücksichtigung solcher Eigenschaften, die zur Konstruktion von ähnlichen Figuren notwendig sind¹, rechtfertigen die Frage, ob auch die Größe ein Merkmal ist, das die Kinder bei der Reproduktion der Figuren berücksichtigen. Das der Punktzahl nach niedrige Leistungsniveau in der Wiedergabe der absoluten Größe gibt noch keine direkte Information über die Berücksichtigung dieses Merkmals im Vergleich zu den übrigen genannten euklidisch-metrischen Eigenschaften.

Wenn man sich allerdings die Unterschiede in der Leistung bei der Wiedergabe formqualifizierender Merkmale bei den verschiedenen Figuren und Rekonstruktionsverfahren anschaut, so stellt man fest, daß die Ergebnisse bei der Wiedergabe der absoluten Größe im Vergleich dazu meistens eine besondere Rolle einnehmen.

So nimmt z.B. der Leistungszuwachs bei Anwendung des Nachklebverfahrens gegenüber der zeichnerischen Wiedergabe nicht das Maß an, das man erwarten könnte, wenn man in Betracht zieht, daß den Kindern beim Nachkleben die Möglichkeit offenstand, durch direkten Vergleich mit der Vorlage die korrekte Größe auszuwählen.

Ein Teil der Kinder nahm diese Möglichkeit, auf die nicht hingewiesen wurde, spontan wahr; dies führte jedoch dennoch nicht dazu, daß das Leistungsniveau bei der Wiedergabe der absoluten Größe insgesamt so beträchtlich ansteigt, wie es z.B. bei der Wiedergabe der Seitenverhältnisse der Fall ist. Wenn man mit heranzieht, daß die Kriterien zur Bewertung der Seitenverhältnisse und der absoluten Größe einen gemeinsamen Ausgangspunkt haben²,

1) Vgl. 3.1.4 - Ähnlichkeitseigenschaften -

2) Die Bewertung der Seitenverhältnisse geht von den Kriterien zur Bewertung der absoluten Größe aus, vgl. 4.5.

so stützt dies die These, daß die Größe der Figur für die Kinder kein Merkmal darstellte, das im gleichen Maß der Aufmerksamkeit wert war, wie die übrigen, formbestimmenden Merkmale der vorgelegten Figur.

Einen weiteren Hinweis auf diesen Zusammenhang bieten die Ergebnisse bei der visuellen Diskrimination der Figuren, bei der die Tendenz zur Bevorzugung formbestimmender Merkmale unter den euklidisch-metrischen Eigenschaften zum Ausdruck kam.

Das bedeutet jedoch in keiner Weise, daß man den Schluß ziehen könnte, daß die Kinder Unterschiede in der Größe der vorgelegten und der reproduzierten Figur nicht wahrgenommen hätten. Mehr noch, man kann davon ausgehen, daß eine Reihe von Kindern von sich aus die Entscheidung trafen, die dargestellte Figur in anderen Ausmaßen, kleiner oder größer, darzustellen.¹ Zuweilen mag dies auf unbewußte psychische Dispositionen zurückzuführen sein, z.B. bei der Tendenz, durch eine besonders große Figur den ganzen zur Verfügung stehenden Raum auszufüllen oder auch bei Unsicherheiten in der Handhabung des Zeichenstiftes bei dem Versuch, durch eine kleine Figur auf engerem Raum weniger Abweichungen zu riskieren.

Aber auch kreative, bewußte Entscheidungen über die Darstellungsabsicht kommen vor. Darauf deuten Äußerungen einzelner Kinder hin, wie z.B.: "Ich mach' ein Kleines." oder "Ich mach' ein Großes." und "Das mach' ich etwas größer, so klein wie auf dem Bild kann ich das nicht".

Gleichgültig, welches die unmittelbaren Ursachen für die

1) Dabei ist noch einmal darauf hinzuweisen, daß dies nicht auf die Einflüsse der Erfahrung aus den Aufgaben zu visueller Diskrimination zurückgeführt werden kann, da diese erst nach den Reproduktionsaufgaben durchgeführt wurden.

bewußte oder unbewußte Entscheidung für die Darstellung in anderen Ausmaßen sein mögen, gemeinsam scheint ihnen die Voraussetzung zu sein, daß den Kindern die Größe kein notwendiges Merkmal zu sein scheint, wenn sie eine ebene geometrische Figur 'genauso' reproduzieren wollen, wie es durch eine vorgelegte Musterfigur verlangt wird.

5.5.3 Geometrische Begriffsbildung und Strategien der Informationsverarbeitung

Was bedeuten die Ergebnisse nun in Bezug auf den Stand der Entwicklung räumlich-geometrischer Vorstellungen der Versuchspersonen? Die Reproduktionsleistungen der Kinder entsprechen durchaus dem Entwicklungsstand, den PIAGET dieser Altersstufe in einer qualitativen Beurteilung von zeichnerischen Reproduktionen und Rekonstruktionen mit Hölzchen zubilligt.¹

Die Kinder beginnen in zunehmendem Maße euklidisch-metrische Eigenschaften zu berücksichtigen.

Während allerdings PIAGET zwischen den beiden Techniken keine großen Unterschiede in der Qualität der Ergebnisse sieht, drängen die vorliegenden Ergebnisse doch zu der Ansicht, daß die Stäbchentechnik zu deutlich besseren Ergebnissen in der Wiedergabe einzelner euklidisch-metrischer Eigenschaften führt. Es bestätigt sich zwar PIAGETS Hinweis auf die Entsprechung bestimmter Fehlertypen bei beiden Verfahren:

"Die Kinder machen nicht unbedingt mit beiden Verfahren die gleichen Fehler, aber es besteht doch ziemlich genaue Entsprechung zwischen den Stadien der Konstruktion von Figuren mittels der Stäbchen und mittels der Zeichnung."

1) Vgl. PIAGET, INHELDER u.a. 1971, S. 97 ff.

2) PIAGET, INHELDER u.a. 1971, S. 108

Dennoch ist zu betonen, daß vor allem in schwierigen Fällen (als solcher ist z.B. das Quadrat auf der Spitze anzusehen, als Rhombus auch nach PIAGET eine schwere Figur) die Rekonstruktion mit Hilfe der Holzstäbchen zu statistisch nachweisbaren besseren Leistungen in der Wiedergabe einzelner Eigenschaften und einer daraus resultierenden Bewertung der Gesamtkonstruktion führt.

PIAGETs qualitative Bewertung der Leistungen der Kinder bei der Reproduktion ebener geometrischer Figuren geht sehr stark von dem Gesamteindruck des Ergebnisses, der Gestalt der Reproduktion aus, wenn er bemerkt:

"Was den Rhombus anbetrifft, so findet man in den Konstruktionen mit Stäbchen die gleichen Figuren vor wie in den Zeichnungen, denn beide Konstruktionsarten bergen die gleiche Schwierigkeit, nämlich die der Koordinierung der Neigungen mit den Symmetrien."¹

Er setzt für die Beherrschung der Reproduktion schließlich ein vorstellungsmäßiges Konzept der Beziehungen voraus:

"Die Rekonstruktion der Formen besteht nicht einfach im Isolieren der wahrgenommenen Eigenschaften und noch weniger im bloßen Extrahieren dieser Formen aus dem Gegenstand; sie beruht vielmehr auf einem aktiven In-Beziehung-Setzen und impliziert infolgedessen eine Abstraktion, die von den Handlungen der Person und von den fortschreitenden Koordinierungen dieser Handlungen ausgeht."²

Das Mißlingen in der vorstellungsmäßigen Vorwegnahme der Koordinierung der Handlungen, die die wahrgenommenen Eigenschaften der Figur zur Gesamtkonstruktion zusammenfügen, das sich nach PIAGET in den Leistungen der Kinder ausdrückt, ist für ihn das Zeichen eines fehlenden vorstellungsmäßigen Konzeptes der geometrischen Beziehungen.

1) PIAGET, INHELDER u.a. 1971, S. 108

2) Ebd., S. 109

Meines Erachtens ist es jedoch für die Beurteilung der kindlichen Reproduktionsleistungen hilfreicher, die Versuche der Rekonstruktion wahrgenommener Eigenschaften mit OLSON auf der Grundlage der Wahrnehmungstheorie von E.J. GIBSON und J.J. GIBSON als Leistungen selektiver Informationsaufnahme und der Koordinierung von Rekonstruktionshandlungen und wahrgenommener Informationen anzusehen. Von diesem Standpunkt aus werden eine Reihe spezifischer Ergebnisse, Verhaltensweisen und Äußerungen verständlich, und darüberhinaus gibt diese Interpretation Anhaltspunkte für mögliche Anregungen zu Aktivitäten, mit deren Hilfe eine gezielte Erfahrung räumlich-geometrischer Eigenschaften und Beziehungen vermittelt werden kann.

Die Ergebnisse zeigen, daß von den Kindern aus den vorgelegten geometrischen Figuren visuell¹ Informationen aufgenommen wurden, die die euklidisch-metrischen Eigenschaften der Figur betrafen. Wie ihre Äußerungen zeigen, gelang es ihnen allerdings nicht immer, die wahrgenommenen Informationen auch bei den Rekonstruktionen zu realisieren. Vor allem sprachen die Hinweise auf die Schwierigkeit der Rekonstruktion dafür. "Das geht schwer!" und ähnliche Äußerungen wiesen in diese Richtung.

Wie die wahrgenommenen Informationen bei Rekonstruktionsverfahren umgesetzt werden können, ist für die Kinder ein Problem. Oft erkennen sie hinterher ihre Fehlleistung: "Es muß anders, aber ich kann es nicht besser," ist eine charakteristische Bemerkung nach Fertigstellung einer Reproduktion, bei der sich das Kind große Mühe gegeben hat. Aber schon der Anfang bereitet Schwierigkeiten. Was muß ich als erstes tun, um meine Wahrnehmungen in eine adäquate Zeichnung oder Stäbchenfigur umzusetzen? "Erst einmal anfangen können!" lautet der aufschlußreiche Seufzer eines 6jährigen Mädchens.

1) Einzelne Kinder fuhren spontan die vorgelegte Figur mit dem Finger ab und erhielten so zusätzlich taktile Hinweise über die Ausdehnung der Figur.

Die Versuchsergebnisse sprechen dafür, daß das Rekonstruktionsverfahren mit Stäbchen geeigneter ist für die Umsetzung der von den Kindern wahrgenommenen Eigenschaften der vorgelegten Figur. Dies war sogar der von den Kindern geäußerte Eindruck: "Mit den Stäbchen ging es viel leichter". Das deutet darauf hin, daß die Kinder möglicherweise für die zeichnerische Wiedergabe der Vorlage nicht die adäquaten Informationen entnehmen, die entsprechend ihren motorischen Fähigkeiten für die korrekte Rekonstruktion nötig wären. Man kann sich hier fragen, welche Hinweise für die Verbesserung der zeichnerischen Reproduktion möglich wären; die von C.W. RAND¹ angewandte Zeichenstrategie gibt eine diskutable Anregung.

Schon die Erfahrung der Durchführung einer Rekonstruktion gibt den Kindern Hinweise auf die Berücksichtigung bestimmter Informationen bei den bei der Rekonstruktion durchgeführten Handlungen.

So bringt die Wiederholung der Zeichnung bei den Kindern, die in der ersten Zeichnung versagen, zumeist eine deutliche qualitative Verbesserung mit sich; es ist zu beobachten, daß bei dem Bemühen, die Zeichnung zu verbessern, häufig der Schwerpunkt der Konzentration auf der Wiedergabe bestimmter Einzelheiten liegt - ein weiterer Hinweis auf die Tatsache, daß die Rekonstruktion auf der Verarbeitung selektiv wahrgenommener Informationen beruht.

Insgesamt erscheint jedoch der Zeichenvorgang, eine komplexe Koordinierung von visuellen Eindrücken und taktilen Erfahrungen aufgrund der motorischen Vorgänge, für die Kinder schwer durchschaubar zu sein. Würden die Kinder ihre Fehlleistungen bei der Wiedergabe der Figur auf fehlerhafte Verhaltensweisen während des Zeichenvorgangs zurückführen können, die ungeeignet waren, die wahrge-

1) RAND 1973

nommene Information rekonstruierend zu verarbeiten, so hätte man insgesamt eine Verbesserung des Leistungsniveaus beim zweiten Zeichnen erwarten müssen, was nicht der Fall war. Überraschend erscheint dagegen die Auswirkung der Vorerfahrung mit der Stäbchentechnik.

Bot schon die Technik selbst - auch von PIAGET zugestanden - die Möglichkeit zu sukzessiven Korrekturen der Gesamtkonstruktion und damit eine Erleichterung bei der Verarbeitung der wahrgenommenen Informationen, so hat sie darüberhinaus den Kindern augenscheinlich die Erfahrung vermittelt, "worauf es ankommt" bei der Rekonstruktion, und eine Hilfe für die Selektion von Informationen bei der zeichnerischen Wiedergabe dargestellt. Anders ist die tendenzielle Überlegenheit beim Zeichnen seitens der Kinder mit Vorerfahrung beim Kleben gegenüber den übrigen Versuchspersonen kaum zu erklären, zumal bei der ständigen Beschäftigung mit demselben abstrakten Reizmaterial eher mit einer Verschlechterung der Leistung bei der wiederholten Aufgabenstellung schon aufgrund nachlassender Motivation zu rechnen wäre. Diese Tendenz kommt ja auch bei der Rekonstruktion des Quadrats in Normallage, der 'leichtesten' Figur, zum Ausdruck.

Ganz spezifische Strategien, die Gegenstand einer aufschlußreichen weiteren Untersuchung sein könnten, wiesen die Aufgabe der Rekonstruktion ebener-geometrischer Figuren für die Kinder als Problem der Auswahl und Koordination von Wahrnehmungen aus.

Da die Untersuchung nicht auf eine vollständige Beobachtung der Verhaltensweisen der Kinder angelegt war (dies hätte die Arbeit mit den Kindern sicherlich erschwert), können an dieser Stelle nur Einzelbeobachtungen herangezogen werden, die jedoch wertvolle Hinweise auf die Entstehung der Reproduktionen geben und damit die Beurteilung der Reproduktionsleistung erleichtern.

Es wurde schon auf das Problem hingewiesen, daß es denkbar ist, daß die Kinder die vorgelegten Figuren in ihrer gesamten Gestalt ganzheitlich aufnehmen, ohne dabei die charakterisierenden Details im Einzelnen zu erfassen. Für die visuelle Diskrimination der Figuren mag diese Art von Informationsaufnahme ausreichen, die Erinnerung der gesamten Gestalt genügt zur Identifizierung übereinstimmender Figuren. Für die Rekonstruktion der Figur ist es jedoch erforderlich, daß die Figur aus Einzelheiten rekonstruiert wird.

Beim Zeichnen sowie bei der Stäbchentechnik entsteht die Figur Stück für Stück, selbst wenn beim Zeichnen der Stift ohne abzusetzen kontinuierlich geführt wird. Spätestens bei der Durchführung der Rekonstruktion müssen die Einzelheiten der Figur, die euklidisch-metrischen Eigenschaften, die die Form charakterisieren, berücksichtigt werden.

Dennoch versuchen einige Kinder offenbar, ihre Informationen möglichst zusammenzufassen; ihrer Altersstufe entsprechend geschieht dies in dem Versuch, der abstrakten Vorlage eine konkrete Bedeutung zu geben, den Wahrnehmungsinhalt mit Bedeutung zu erfüllen. Vornehmlich gelang dies den Kindern beim Quadrat in Normallage und beim Trapez. Das Quadrat, zuweilen als 'Fenster' angesprochen, war allerdings für die Kinder leicht zu rekonstruieren, so daß die Hilfe einer Konkretisierung hier selten in Anspruch genommen wurde. Beim Trapez wurde dagegen überraschend häufig versucht, der Darstellung eine konkrete Bedeutung zu geben. Kinder bezeichneten die Figur zunächst als 'schwer', um dann jedoch ihre Ansicht zu ändern, wenn sie in der Darstellung einen 'Rock' erkannten. Auch 'Dach eines Hauses' kam als Interpretation in Frage. Die Kinder gingen sogar soweit zu versuchen, der Darstellung durch Veränderung ihrer Lage eine Bedeutung zu geben: "Ein 'falsch-rumes' Schiff" (UDO,

6;11) war eine Äußerung. Konsequenterweise wurde diese Überlegung zur Erleichterung der Reproduktion eingesetzt, das Blatt um 180° gedreht und ein Boot gezeichnet: "Ich mach so'n Boot und dann dreh ich's um." (NORBERT, 6;2).

Dennoch konnte man nicht den Eindruck gewinnen, daß durch die begriffliche Konkretisierung die Rekonstruktion erleichtert wurde, auch dies bleibt eine interessante offene Fragestellung.

Hilfreicher erschien dagegen der Versuch der Kinder, die Durchführung der Reproduktion unmittelbar zu strukturieren, dies offenbar unter dem Gesichtspunkt wahrgenommener Einzelheiten.

Eine der Strategien, das Zeichnen zu erleichtern, bestand darin, daß die Kinder versuchten, an der Figur eine Seite nach der anderen zu zeichnen, indem sie zwischendurch jeweils das Arbeitsblatt drehten, um so stets nur waagerechte oder senkrechte Linien zeichnen zu müssen. Dies führte zuweilen dazu, daß die gezeichneten Figuren auf dem Arbeitsblatt eine - wenn auch oft nur leicht - veränderte Lage einnahmen.

Immerhin zeigt diese Strategie eine gewisse Unabhängigkeit dem unmittelbaren Bezugssystem Arbeitsblatt gegenüber und darüber hinaus eine erste Analyse der geometrischen Eigenschaften der vorgelegten Figur.

Die Zusammensetzung der Figur aus einzelnen konstitutiven Elementen zeigt sich noch deutlicher in anderen Strategien.

Eine seltene, aber für eine hinsichtlich des Reproduktionsverfahrens inadäquate Informationsaufnahme beispielhafte Strategie ist jene, bei der die Kinder die Figur aus ihren 'Spitzen' zusammensetzen (s. Abb. 5.67). Die 'Spitzen' zum Ausgangspunkt der zeichnerischen Reproduk-



Abb. 5.67: Reproduktionsversuch des Parallelogramms aus 'Spitzen' (Annegret, 5;10, 1. und 2. Versuch)

tion zu wählen, führt bei den Kindern stets zu völligen Fehlleistungen.

Die Tendenz der Kinder, die darzustellende geometrische Figur aus Teilen zusammenzustellen, wurde vor allem bei der Rekonstruktion des auf die Spitze gestellten Quadrats deutlich, da die Schwierigkeiten bei dieser offenbar für die Kinder am schwersten zu reproduzierenden Figur die Kinder zu Unterbrechungen zwangen, während derer sie ihre Versuche mit aufschlußreichen Äußerungen kommentierten.

Häufig gelang den Kindern eine äußerst korrekte Rekonstruktion einer ersten Hälfte des Quadrats auf der Spitze, indem sie etwa 'ein Dach' oder einen nach links oder rechts geöffneten Winkel aus zwei geneigten Geraden aufzeichneten (vgl. Abb. 5.68).

Die Kinder erklärten danach oft ihre Absicht, "dasselbe noch einmal genauso" ergänzen zu wollen, ihnen mißlang dann jedoch die Darstellung der Symmetrie.

In Abb. 5.69 sind Beispiele von zeichnerischen Reproduktionen dargestellt, aus denen die Bemühungen der Kinder hervorgehen, das Quadrat auf der Spitze aus zwei Teilen -

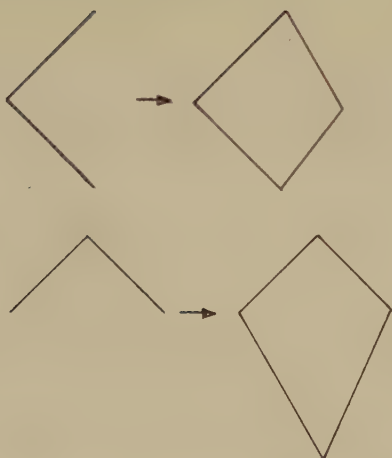


Abb. 5.68: Konstruktion des Quadrats auf der Spitze aus Teilfiguren (Modell)

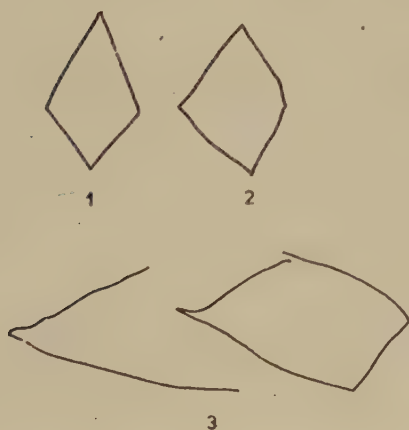


Abb. 5.69: Reproduktionen des Quadrats auf der Spitze (Beispiele), 1: Guido (6;4); 2: Sabina (6;6); 3: Heike (6;4)

von den Kindern auch als 'Dreiecke' bezeichnet - zusammenzufügen.

Ein Verfahren, das vor allem beim Aufkleben der Holzstäbchen von einigen Kindern eingesetzt wurde, unterstreicht die Bemühung, wahrgenommene Einzelheiten bei der Reproduktion bevorzugt zu realisieren:

Um die Parallelität gegenüberliegender Seiten wiederzugeben, wurden zuweilen die beiden Seiten als erste aufgeklebt und sorgfältig ausgerichtet. Dann erst wurden die beiden übrigen Seiten als Verbindungen der Enden der zuvor aufgeklebten Stäbchen angefügt.

Ein ähnliches Verhalten wurde bereits als Korrekturverhalten bei der Wiederholung einer Zeichnung des Parallelogramms beschrieben¹. Nicht selten gelang dabei den Kindern eine überraschend genaue Einschätzung des Abstandes der Parallelen, der für die richtige Länge der dritten und vierten Seite nötig war.

Alle diese Beispiele zeigen die Bemühung der Kinder, ausgewählte Informationen für die Rekonstruktion ebener geometrischer Figuren auszunutzen.

Gleichzeitig wird deutlich, in welchem Maße der Erfolg dieser Bemühungen davon abhängt, ob die ausgewählten Informationen adäquat sind für das Medium der Rekonstruktion.

1) Vgl. Abb. 4.3 in 4.2

5.5.4 Zusammenfassung

Auf der Grundlage der vorangehenden Interpretation der umfangreichen Einzelergebnisse läßt sich zusammenfassen, welche Antworten die Untersuchung auf die eingangs gestellten Fragen gegeben hat.¹

A) Fähigkeiten zu visueller Diskrimination

Für die Kinder aller Versuchsgruppen gibt es offenbar kaum Schwierigkeiten, die vorgelegten Figuren visuell zu diskriminieren. Hinsichtlich der Fähigkeit zur visuellen Diskrimination sind damit in der angesprochenen Altersstufe alle Voraussetzungen für die Beschäftigung mit geometrischen Vorgaben vorhanden.²

B) Präferenz von geometrischen Eigenschaften bei visueller Diskrimination

Über die Fähigkeit zur visuellen Diskrimination hinaus besteht bei den Kindern die Tendenz, bei Abweichungen geometrischer Figuren von der Vorgabe vornehmlich spezifische geometrische Eigenschaften zu beachten, die die Form qualifizieren. Dies geschieht in einem solchen Maße, daß deutlich wird, daß die Kinder projektiv-affine und euklidisch-metrische Eigenschaften wie Parallelität, Winkel und Proportionen berücksichtigen, die weit über topologische Qualitäten hinausgehen.³

C) Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften bei der zeichnerischen Reproduktion ebener geometrischer Figuren

Die differenzierte Auswertung der zeichnerischen Repro-

1) Vgl. 4.3

2) Vgl. 5.2.2

3) Vgl. 5.2.3

duktionsleistungen nach einzelnen Eigenschaften der Figuren weist ein hohes Maß an Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften aus. Das Leistungsniveau hängt allerdings vom Schwierigkeitsgrad der Figuren ab.¹

D) Leistungen bei Wiederholung der Zeichnung

Im allgemeinen konnte keine qualitative Verbesserung der Wiedergabe durch die Wiederholung des Zeichnens nachgewiesen werden.

Beschränkt man sich jedoch auf Versuchspersonen, deren erste Zeichnungen als erhebliche Fehlleistungen zu betrachten sind, so zeigen die erneuten Zeichenversuche weitgehend ein deutlich höheres Niveau, das auf die Berücksichtigung spezifischer Merkmale schließen läßt, deren Wiedergabe in der ersten Zeichnung mißlungen ist.²

E) Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften bei der Reproduktion ebener geometrischer Figuren mit Hilfe von Holzstäbchen

Auch bei der Stäbchentechnik ist bei differenzierter Auswertung ein hohes Niveau der Wiedergabe euklidisch-metrischer Eigenschaften nachzuweisen.³

F) Vergleich der Reproduktionsverfahren

Die größere Mühe, die die technische Bewältigung der Stäbchentechnik den Kindern gegenüber der zeichnerischen Reproduktion machte, schränkte die Möglichkeiten zur genaueren Wiedergabe geometrischer Eigenschaften nicht ein;

1) Vgl. 5.3; 5.4.2; 5.5.2

2) Vgl. 5.4.5

3) Vgl. 5.3; 5.4.2; 5.5.2

das Klebverfahren führte in der Regel zu einem höheren Leistungsniveau oder zumindest zu einer höheren Quote besonders exakter Lösungen bei den beteiligten Versuchspersonen.

Vor allem der Schwierigkeitsgrad der beim Zeichnen schwierigsten Figur, des Quadrats auf der Spitze, wurde durch die Stäbchentechnik erheblich reduziert. Die Überlegenheit des Verfahrens läßt erst mit der Zeitdauer dieser Versuchsphase nach: die Leistungen bei der Wiedergabe des Parallelogramms stehen offenbar unter diesem Einfluß.¹ Die Stäbchentechnik erscheint als für die Kinder geeigneteres Medium zur Erfahrung der Reproduktion geometrischer Figuren, das außerdem auch positiven Einfluß auf die zeichnerischen Leistungen zu haben scheint.

G) Leistungsdifferenzen bei den Versuchspersonen

Die Unterschiede in den Leistungen der einzelnen Versuchsgruppen waren nicht so deutlich, wie man hätte erwarten können. Vor allem gab es auch keine Anzeichen, daß die Leistungen der Schulkindergartenkinder von besonderen Schwächen gekennzeichnet waren.

Auffallendere Leistungsdifferenzen waren dagegen sichtbar, wenn man die Kinder in Altersgruppen aufteilt. Hier zeigt sich die Gruppe der weniger als 6 Jahre alten Kinder den älteren Kindern merklich unterlegen, d.h. die jüngeren Kindergartenkinder - im Alter von 4;6 bis 5;11 Jahren - zeigen schwächere Leistungen. Wichtig ist jedoch, dabei hervorzuheben, daß diese im Mittel niedrigen Leistungen auf einem größeren Anteil von Fehlleistungen beruhen, nicht dagegen auf einem gleichmäßig schwachen Niveau.

Eine ganze Reihe auch der jüngeren Kinder liefert erstaunlich exakte Reproduktionen.²

1) Vgl. 5.3; 5.4.4; 5.5.4

2) Vgl. 5.3; 5.4.3

All diese Antworten lassen die Betonung spezifischer Aspekte, insbesondere über topologische Qualitäten hinausgehender euklidisch-metrischer Eigenschaften, bei geometrischen Aktivitäten im Vorschulalter gerechtfertigt erscheinen, wenn man die aus den Untersuchungsergebnissen hervorgehende Leistungsfähigkeit der Kinder berücksichtigt und die Möglichkeiten zu adäquaten Aktivitätsformen aufgreift.

6. Geometrische Aktivitäten im Vorschulbereich

Mit dem letzten Teil dieser Arbeit sollen die Ergebnisse der vorangehenden Untersuchung zur Diskrimination und Reproduktion geometrischer Figuren eingebettet werden in Überlegungen, die die Integration geometrischer Aktivitäten in die täglichen Erfahrungen des Kindes in vorschulischen Einrichtungen betreffen, ohne daß allerdings der Aufbau eines 'Geometrie-Curriculums' für den Vorschulbereich geleistet werden soll und kann. Mit diesem Ausblick sollten jedoch Ansätze zur praktischen Umsetzung der Erkenntnisse über die kindliche Erfahrungswelt im geometrischen Bereich gegeben werden.

6.1 Die Rolle des Mediums geometrischer Aktivitäten - Konsequenzen für den Umgang mit geometrischen Vorgaben im Vorschulalter

Auf der Grundlage der dargestellten Untersuchungsergebnisse kann davon ausgegangen werden, daß die Leistungen vier- bis siebenjähriger Kinder bei der Reproduktion geometrischer Figuren davon abhängen, inwieweit die wahrgenommenen Informationen für das jeweilige Verfahren der Reproduktion adäquat sind.

Ausgehend von diesen Ergebnissen lassen sich unter der Berücksichtigung des OLSONschen Ansatzes Schlüsse ziehen, welche Rolle das jeweilige Medium¹ der geometrischen Aktivitäten bei der Erfahrung geometrischer Zusammenhänge einnimmt und welche Konsequenzen dies für die Arbeit mit Kindern aus vorschulischen Einrichtungen auf den Bereich Geometrie in der mathematischen Früherziehung haben kann.

1) 'Medium' wird weiter im Sinne OLSONs als Aktivitätsbereich verstanden, vgl. 3.3.1

Eine Funktion des Mediums ist die Vermittlung von Erfahrungen aus der Umwelt, speziell aus dem Bereich geometrisch strukturierbarer Zusammenhänge, an das lernende Kind. Im aktiven Umgang mit geometrischen Vorgaben, z.B. im Medium 'Bewegung auf vorgezeichneten Linien', im Medium 'Handhabung von Gegenständen mit spezifischen geometrischen Eigenschaften', im Medium 'Zeichnen mit Schablonen' etc. werden auf unterschiedlichen Ebenen der Wahrnehmung durch das Kind zunächst unstrukturierte Informationen über geometrische Eigenschaften aufgenommen.

Bei der taktilen Wahrnehmung von geometrischen Formen, dem visuellen Vergleich dargebotener Figuren, dienen die motorischen oder visuellen Aktivitäten der Informationsaufnahme des Kindes. Die verschiedenen Medien geben dem Kind Hinweise über die spezifischen Eigenschaften des dargebotenen Materials.

Das Medium ist damit der Träger der Informationen über den Sachverhalt, mit dem das Kind sich beschäftigt.

Demgegenüber kann das Medium geometrischer Aktivitäten auch die Funktion haben, dem Kind die Möglichkeit zu geben, bereits gesammelte Informationen zu äußern.¹

Das Medium wird damit Instrument der Kommunikation; mit seiner Hilfe ist das Kind in der Lage, einem Partner wahrgenommene Informationen über einen geometrischen Sachverhalt zu vermitteln. Im Fall der Aufgabenstellungen der Untersuchung ist dieser Partner der Versuchsleiter, der Informationen über die Möglichkeiten der Verarbeitung geometrischer Informationen durch die Kinder gewinnen will.

Kommunikationsträger ist das Medium überall da, wo das Kind versucht, sich anderen mitzuteilen, etwa auch in der

1) In reinsten Form erfüllt das Medium 'Sprache' diese Rolle in der Situation des Schülers, der genötigt wird, eine verbale Beschreibung geometrischer Zusammenhänge zu geben.

Kinderzeichnung, in der das Kind eine Fülle von Informationen - die zum großen Teil auch geometrische Merkmale als gestalterische Elemente betreffen - darzustellen versucht.

Häufig trägt das Medium geometrischer Aktivitäten jedoch eine doppelte Funktion, wie es insbesondere bei der gestalterischen Aktivität der Reproduktion ebener geometrischer Figuren der Fall ist. Einerseits äußert das Kind dabei gestaltend seine Erfahrungen über die darzustellende Figur, andererseits bietet die entstehende und vollendete Reproduktion dem visuell und taktil wahrnehmenden Kind Rückmeldungen über den Erfolg seiner Handlungen und vermittelt dabei neue Erfahrungen über Besonderheiten der Figur, die erst in der aktiven Reproduktion bewußt werden.

Das Medium dient damit gleichzeitig dem Lernen, der Aufnahme von Informationen über die geometrischen Zusammenhänge, wie auch der Mitteilung der bereits aufgenommenen Erfahrungen.

Wie die Ergebnisse der Untersuchung zeigen, sind die Erfahrungen, die das Kind dabei macht, nicht ohne Einfluß auf die weiteren gestalterischen Möglichkeiten auch bei Wechsel des Mediums der Reproduktion. Da überdies die Erfahrungen, die verschiedene Medien der Beschäftigung mit geometrischen Eigenschaften und Beziehungen mit sich bringen, unterschiedliche Schwerpunkte haben, bietet sich hier ein Ansatzpunkt, durch Variation der Aktivitätsformen in einem breiten Spektrum räumlich-geometrischer Vorerfahrung, die Grundlage für den Aufbau geometrischer Begriffe zu legen.

Die Variation der Medien geometrischer Aktivitäten ist dabei besonders zu betonen.

Schon in den vorliegenden Untersuchungsergebnissen, die nur auf der Grundlage zweier Aktivitätsformen bei der

Rekonstruktion von vier Typen von Vierecken entstanden sind, erweist sich die Notwendigkeit, Kindern im Vorschulalter mehr als nur eine einzige Möglichkeit der aktiven Darstellung ihrer geometrischen Fähigkeiten zu geben, wenn man Aufschluß über das Niveau ihrer Leistungen in diesem Bereich gewinnen will.

Wenn sich dabei unter den Kriterien der Untersuchung ein höheres Leistungsniveau bei der Stäbchentechnik herausgestellt hat, so ist an dieser Stelle zu betonen, daß alle in diesem Zusammenhang gemachten Aussagen statistische Aussagen sind, die für das einzelne Kind individuell unterschiedliche Bedeutung haben.

Die Variation des Mediums, des Aktivitätsbereichs geometrischer Erfahrungen wie der Ausdrucksformen aktiver Gestaltung, ist für jedes Kind von wesentlicher Bedeutung für eine sichere Fundierung geometrischer Begriffsbildung durch ein vielfältiges Spektrum von Vorerfahrungen.¹

Daher darf die didaktische Konsequenz für die mathematische Früherziehung im Bereich der Geometrie nicht so aussehen, daß man ein Entwicklungsstadium abwartet, indem im Sinne PIAGETs das begriffliche Konzept gewisser geometrischer Phänomene entwickelt ist, um dann diese Begriffe einzuüben; dies würde etwa bedeuten, daß für Kinder im Vorschulalter die Konstituierung topologischer Begriffsbildungen vorausgesetzt werden kann und damit eine geometrische Früherziehung ihre Aufgabe ausschließlich in der Einübung topologischer Zusammenhänge hätte.² Vielmehr sollte auch aufbauend auf der Motivation, die für die Kinder in der Beschäftigung mit geometrischen Formen liegt, durch ein differenziertes Angebot möglicher Aktivitäten mit spezifischen geometrischen Aspekten,

1) Vgl. dazu auch DIENES 1971

2) Vgl. FLOER und SCHIPPER 1974: "Offen oder zu - entscheide Du" und "Wer macht mit?". Hier wird allerdings nicht die Ausschließlichkeit topologischer Übungen propagiert.

die sich nicht auf topologische Qualitäten beschränken, den Kindern ein breites Erfahrungsfeld geometrischer Eigenschaften und Beziehungen gesichert werden.

Daß die Kinder bei geometrischen Aktivitäten zur Berücksichtigung von geometrischen Eigenschaften in der Lage sind, die über rein topologische Qualitäten hinausgehen, hat die Untersuchung erwiesen. In unterschiedlichen Medien stoßen die Kinder auf verschiedene Aspekte geometrischer Figuren. Das weite Feld geometrischer Erfahrungsmöglichkeiten bedarf daher keiner Einschränkungen, die sich auf den Entwicklungsstand geometrischer Begriffsbildung stützen. Schließlich geht es in diesem Stadium mathematischen Lernens nicht um die Präzisierung mathematischer Begriffe.

Wenn ein Kind sich mit geometrischen Figuren beschäftigt, kommt es z.B. beim Zeichnen nicht darauf an, daß es die Figur exakt in allen Eigenschaften zu reproduzieren vermag, dazu ist die Zuhilfenahme einer Schablone eher geeignet.¹

Vielmehr lernt das Kind gerade auch aus den Unzulänglichkeiten seiner eigenen Zeichnung im Vergleich zur Idealform spezifische Eigenschaften kennen, die die Eigenart der Figur ausmachen. Erst auf dem Weg über solche Erfahrungen werden geometrische Eigenschaften und Beziehungen, geometrische Figuren und Muster zu hilfreichen Strukturierungsaspekten bei der Orientierung in der Umwelt oder zu flexibel einsetzbaren Bausteinen kreativen Gestaltens.

Auf dieser Grundlage ist dann auch der Aufbau präziser geometrischer Begriffe durch den Mathematikunterricht möglich.

1) Die Anwendung einer Schablone vermittelt zudem den taktilen Eindruck der zur korrekten Reproduktion notwendigen Bewegung.

6.2 Möglichkeiten und Bedingungen geometrischer Erfahrungen

Geht man von den in der Untersuchung zu Tage getretenen Fähigkeiten im Umgang mit geometrischen Vorgaben aus und berücksichtigt man das starke Interesse der Kinder an gestalterischen Aktivitäten, so liegt es nahe, Anregungen für die tägliche Beschäftigung des Vorschulkindes zusammenzutragen, in denen aufbauend auf der Vielfalt an Betätigungsmöglichkeiten Schwerpunkte für die Erfahrung geometrischer Grundbegriffe gegeben werden.

Aus der Untersuchung selbst bieten sich zwei Medien aktiv-gestalterischer Beschäftigungsformen für die Kinder an, bei denen differenzierte geometrische Erfahrungen gemacht werden können. Die zeichnerische Reproduktion erwies sich dabei im allgemeinen als schwerer zu beherrschendes Medium vor allem aufgrund des komplexen Problems der Koordinierung von visuellen Eindrücken und der motorischen Aktivität bei der Verarbeitung gesammelter Informationen.

Die Arbeit mit Holzstäbchen entlastete die Kinder demgegenüber von einigen motorischen Schwierigkeiten.

Beide Aktivitäten stehen im Rahmen von Aktivitäten im Bereich der Elementarerziehung von Kindern in vorschulischen Einrichtungen; so werden z.B. in den Richtlinien für den Elementarbereich (herausgegeben vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus) zum 'kognitiven Lernbereich: Raumvorstellung' die folgenden Lernziele formuliert: "4.1 Es (das Kind; d.V.) kann Zeichnungen einfacher geometrischer Figuren nachzeichnen: - nach einer Vorlage - nach dem Gedächtnis", sowie: "4.2 Es kann einfache geometrische Formen mit Legestäbchen nachlegen."¹

1) Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus, Der Übergang vom Kindergarten zur Grundschule 1973, S. 188.

Gedacht ist dabei an Grundfiguren wie Kreis, Rechteck, Quadrat, Kreuz, einfache Muster; die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung zeigen, daß die Kinder weitaus höheren Anforderungen in der differenzierten Beschäftigung mit geometrischen Formen gewachsen sind.

Die zitierten Richtlinien geben über den Bereich räumlicher Orientierung hinaus weitere Hinweise auf geometrische Erfahrungen auch in anderen Bereichen, vor allem im Bereich der optischen Wahrnehmung bei der visuellen Differenzierung und im Wiedererkennen geometrischer Formen.

Allerdings wird in den methodisch-didaktischen Hinweisen nicht deutlich genug darauf hingewiesen, daß die Kinder in ihren Beschäftigungen zu Erfahrungen geometrischer Grundbegriffe in der Lage sind, euklidisch-metrische Eigenschaften der Figuren differenziert zu erfassen.

Es kommt mir zum Abschluß dieser Arbeit darauf an, über den engen Bereich hinaus, auf den sich die Untersuchung mit ihren statistischen Ergebnissen beziehen konnte, einen Ausblick auf die Vielfalt von Aktivitäten zu geben, die den grundlegenden Erfahrungsschatz für die Präzisierung geometrischer Begriffe bilden.

Alle diese Aktivitäten sind nicht neu; sie sind seit langem in den verschiedensten Programmen täglicher Kindergartenarbeit selbstverständlich¹ und entsprechen in ihrer Art der dem Kind eigenen spielerischen Form des Lernens.

Mein Anliegen ist es, durch eine gezielte Zusammenstellung von Aktivitäten vor allem dem im Elementarbereich pädagogisch wirkenden Erzieher bewußt zu machen, bei welchen Gelegenheiten der täglichen Arbeit die Chance zu ge-

1) Vgl. dazu HOOF 1977, MONTESSORI 1928

gezielten Anregungen in einem bisher vielleicht etwas unbeachteten Erfahrungsbereich gegeben ist.

Die Auflistung möglicher Aktivitäten stützt sich dabei auf Erfahrungen aus der Arbeit mit Kindern aus vorschulischen Einrichtungen und des ersten Jahrgangs der Primarstufe, die sich zu einigen grundlegenden Standpunkten zusammenfassen lassen, die für den Bereich von Reproduktionen ebener geometrischer Figuren auf der Grundlage der vorliegenden Untersuchung als statistisch abgesichert angesehen werden können:

- Kinder im Altersbereich vorschulischer Einrichtungen befinden sich in einer Entwicklungsphase, in der sie in der Lage sind, auf dem Gebiet der differenzierten Wahrnehmung und Verarbeitung räumlich-geometrischer Phänomene, insbesondere hinsichtlich der Berücksichtigung euklidisch-metrischer Eigenschaften erhebliche Fortschritte zu machen.
- Um den Kindern charakterisierende räumlich-geometrische Eigenschaften und Beziehungen in ihrer Umwelt bewußt werden zu lassen, insbesondere z.B. bei der Differenzierung ebener geometrischer Figuren, muß man ihnen die Möglichkeit geben, diese Eigenschaften in verschiedenen Dimensionen der Wahrnehmung, in verschiedenen Medien von Aktivitäten mit geometrischen Aspekten zu erfahren.
- Die aktive gestalterische Tätigkeit der Kinder ist eine Möglichkeit für sie, ihre Erfahrungen, Wünsche und Fähigkeiten mitzuteilen. Daher geben sich die Kinder große Mühe, die Darstellungsmittel - wie z.B. das Zeichnen - beherrschen zu lernen. Darauf aufbauend und gestützt auf die auch schon bei viereinhalb- bis sechsjährigen Kindern ausgeprägte Fähigkeit zu visueller Diskrimination, läßt sich vermuten, daß bereits

in frühem Alter Techniken zur Reproduktion geometrischer Zusammenhänge, insbesondere der Wiedergabe geometrischer Formen, erlernt werden können.¹

- Da nach den Ergebnissen der vorliegenden Untersuchung davon ausgegangen werden kann, daß die meisten Kinder im Altersbereich vorschulischer Einrichtungen in starkem Maße zu geometrischen Leistungen fähig sind, insbesondere auch bei den Reproduktionen geometrischer Zusammenhänge, bietet das wiederholte Versagen eines Kindes auf diesem Gebiet dem Erzieher Anhaltspunkte für das Bedürfnis nach besonderer Förderung, da möglicherweise Erfahrungsdefizite vorliegen.²

6.3 Aktivitätsbereiche geometrischer Erfahrungen

6.3.1 Übungen zur Förderung der visuellen Diskriminationsfähigkeit

Es gibt eine Fülle von Materialien, bei denen neben anderen Zielsetzungen auch die Fähigkeit zur visuellen Diskrimination geometrischer Details angesprochen wird. Es handelt sich dabei um verschiedenartige Puzzles, Legespiele und auch Memory-Spiele, in denen die befriedigende Beschäftigung des Kindes mit diesen Materialien von der genauen Beachtung differenzierender Einzelheiten abhängt. Eine vollständige Übersicht über die vielfältigen Möglichkeiten kann hier nicht gegeben werden³;

1) Vgl. dazu die bereits zitierte Untersuchung von RAND 1973

2) Vgl. Abb. 4.5

3) Eine ausführliche Übersicht über Spiel- und Arbeitsmittel unterschiedlicher Art mit einer pädagogischen Analyse ihrer Gestaltung und ihrer Anwendungsmöglichkeiten findet man bei KLINKE 1976

die Auswahl einiger typischer Beschäftigungsmöglichkeiten mag zur Erläuterung genügen.

Erste Übungen, die eine differenzierte Formwahrnehmung voraussetzen, jedoch eine mechanische Hilfe und Erfolgskontrolle mitliefern, sind Puzzles, bei denen Gegenstände in dafür vorgesehene Felder einer Vorlage eingepaßt werden müssen.

Ein speziell für den Bereich geometrischer Erfahrungen geschaffenes Material ist die 'geometrische Kommode' aus dem Montessori-Material für Kinderhäuser.¹ Dieses Material enthält hölzerne Einlegefiguren in verschiedenen geometrischen Grundformen wie Kreis, Dreieck, Viereck (Quadrat), in verschiedenen Ausprägungen, wie z.B. rechtwinkliges Dreieck, gleichseitiges Dreieck, nicht-quadratisches Rechteck, Trapez, Parallelogramm, verschiedene krummlinig begrenzte Figuren.

Die hölzernen Figuren können in dafür vorgesehene Rahmen eingepaßt werden, darüberhinaus stehen Karten mit Abbildungen der Figuren zur Verfügung, die den einzelnen Figuren zugeordnet werden können.

Das Material bietet damit die Möglichkeit zu fortschreitender Komplexität der Aufgabenstellungen, indem man einerseits von ausgewählten Grundformen zu Varianten mit spezifischeren Unterscheidungsmerkmalen übergeht und andererseits von der mechanischen Kontrolle passender Holzrahmen zur visuellen Kontrolle bei der Zuordnung von Abbildungen und Figuren übergeht.

Legespiele mit einer Vielfalt geometrischer Figuren bieten grundlegende Möglichkeiten zur visuellen Erfahrung

1) Vgl. Nederlandse Montessori-Vereniging (Hrsg.) 1973

geometrischer Formen als Bausteine für die kreative Gestaltung komplexer Muster. Das Formenmaterial PLANOGON¹ zeigt beispielhaft vielfältige Gestaltungsmöglichkeiten durch das Auslegen geometrischer Formen². Hier stehen dem Kind geometrische Formen vielfältiger Art in verschiedenen Größen zur Gestaltung von Mustern wie zum Auslegen von Vorlagen zur Verfügung. Die Beschäftigung mit diesem Material bietet eine Fülle von Gelegenheiten zur differenzierten Wahrnehmung der spezifischen, euklidisch-metrischen Merkmale der eingesetzten geometrischen Figuren.

Eine weitere Aktivitätsform mit der Gelegenheit zu spezifischen geometrischen Erfahrungen in der visuellen Wahrnehmung bieten Gedächtnis- und Suchspiele, bei denen über die Berücksichtigung gegenständlicher Bedeutung einer Darstellung hinaus das Erfassen einzelner Unterschiedsmerkmale erforderlich ist.

Eines der Ablegespiele, bei denen Kärtchen mit sowohl gegenständlichen Darstellungen als auch abstrakten Mustern Abbildungen in zuweilen unterschiedlichen Lagen zugeordnet werden müssen, ist 'SCHAU GENAU'³, das z.T. erhebliche Anforderungen an die Kinder stellt. Bei solcher Art von Aufgabenstellungen ist das Erfassen von Details wie Symmetrieeigenschaften, Richtung von Parallelen, Farbfolgen, Seitenvertauschungen (etwa bei abgebildetem Spielzeug) von großer Bedeutung.

Ergänzend sei noch daran erinnert, daß viele Programme zum Training kognitiver Fähigkeiten im Vorschulalter vor allem auch die Entwicklung der Fähigkeiten zur visuellen Wahrnehmung zum Ziel haben, wie z.B. das FROSTIG-Programm⁴.

1) erschienen bei Herder, Freiburg

2) Vgl. dazu W. NEUNZIG, Mathematik im Vorschulalter 1972

3) erschienen bei Maier, Ravensburg

4) Vgl. KRAUSE und KOSSOLAPOW 1973

6.3.2 Übungen taktiler Wahrnehmung geometrischer Einzelheiten in motorischen Aktivitäten

Der Bereich der visuellen Wahrnehmung ist keinesfalls der einzige Wahrnehmungsbereich, in dem räumlich-geometrische Zusammenhänge erfahren werden.

Jede Bewegung ist bereits eine Bewegung im Raum und vermittelt so Erfahrungen zur räumlichen Orientierung. Spezieller noch können die verschiedenartigen Bewegungsformen, die sich in Bewegungsspielen und rhythmischen Übungen nach Regeln und Gesetzmäßigkeiten vollziehen, auch gesehen werden als Erfahrungsbereich räumlich-geometrischer Zusammenhänge von Richtungen, Entfernung, Lagebeziehungen usw.

Unter den 'Übungen des praktischen Lebens' zur Kontrolle der Bewegungen nach dem Ansatz der Montessori-Pädagogik findet sich zum Beispiel das 'Gehen auf der Linie'¹, die Bewegung auf der Peripherie eines Kreises oder einer Ellipse, die nicht nur Erfahrung über die eigenen Bewegungsabläufe vermittelt, sondern auch die Erfahrung der Ausdehnung der Figur, auf der man sich bewegt, und ihrer spezifischen Merkmale. Diese Übung ist leicht zu übertragen auf Bewegungen auf andere Figuren wie z.B. Quadrat und Rechteck, die die Unterbrechung gleichförmiger Bewegungen verlangen und durch den Vorgang der abrupten Richtungsänderung an den Eckpunkten spezielle Erfahrungen vermitteln.²

Bewegungsaktivitäten dieser Art lassen sich variieren bis hin zu gezielten Aktivitätsformen, wie sie DIENES für den Bereich der Schule zur Erarbeitung präziser

1) Vgl. MONTESSORI 1928

2) Vgl. dazu 4.2

mathematischer Begriffe vorschlägt.¹

Ist die weiträumige Bewegung des ganzen Körpers eine Möglichkeit zur räumlichen Orientierung zur Erfahrung der Ausdehnung geometrischer Gebilde im Raum, so bieten haptische Erfahrungen im Umgang mit konkreten und geometrisch geformten Gegenständen Gelegenheit zu differenzierter Wahrnehmung geometrischer Einzelheiten, sei es in Koordinierung mit visuellen Eindrücken, oder sei es in der Konzentration auf die stereognostische Erfahrung mit Hilfe des Tastsinns bei verbundenen Augen. Auch PIAGET weist auf die Bedeutung taktiler Wahrnehmung bei der stereognostischen Erfassung geometrischer Gebilde hin: "Das taktilkinästhetische Forschen zeugt vom Suchen nach prägnanten Merkmalen."²

Die Erfahrung der räumlichen Ausdehnung von Gegenständen läßt sich etwa in der Beschäftigung mit Einsatzzylindern³ vermitteln, deren Ausmaße in verschiedenen Dimensionen variieren; der Erfolg dieser Aktivität wird mechanisch kontrolliert.

Das stereognostische Ertasten konkreter Gegenstände - mit verbundenen Augen! - oder sogar abstrakter räumlicher Gebilde wie Kugel, Ei, Ellipsoid gegenüber Würfel, Quader, dreieckigem Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel (das sind die 'geometrischen Körper' im Montessori-Material) schärft das Bewußtsein charakteristischer geometrischer Unterscheidungsmerkmale.

Darüberhinaus vermittelt das bewußte Abtasten von Modellen geometrischer Figuren (wie z.B. der LOGISCHEN BLÖCKE⁴)

1) Vgl. DIENES und GOLDING 1969, 1/2, 1971

2) PIAGET, INHELDER u.a. 1971, S. 44

3) Vgl. Nederlandse Montessori-Vereniging (Hrsg.)
1973

4) erschienen bei Herder, Freiburg

die Erfahrung spezifischer euklidisch-metrischer Eigenschaften, die die Form charakterisieren.

6.3.3 Gestalterische Aktivitäten mit räumlich-geometrischen Aspekten

a) Falten und Schneiden: Zerlegen geometrischer Figuren

Tätigkeiten, die im Hinblick auf geometrische Begriffsbildung vor allem Erfahrungen hinsichtlich der Deckungsgleichheit von Figuren vermitteln und damit einerseits ein Gespür für Symmetrieeigenschaften ansprechen, andererseits zum Vergleich von Flächen anregen und damit eine Grundlage für spätere Flächenmessung schaffen, sind Beschäftigungsformen unterschiedlicher Art, bei denen durch Falten von Papier oder Pappe, durch Ausschneiden gleichartiger Gebilde o.ä. die Kinder in gestalterischen Aktivitäten ihre Kreativität entwickeln.

Mag dabei in vielen Fällen - zumindest bei ersten Versuchen in diesem Aktivitätsbereich - das Erlernen motorischer Fertigkeiten im Vordergrund stehen, so sind die geometrischen Aspekte nicht zu übersehen:

Man kann ein quadratisches Blatt durch Falten in zwei gleichgroße, deckungsgleiche Rechtecke aufteilen, durch nochmaliges Falten sogar in vier Quadrate (Mittelparallelen als Faltlinien) oder aber auf andere Weise (Diagonalen als Faltlinien) zwei oder vier deckungsgleiche, rechtwinklig-gleichschenklige Dreiecke erhalten. Das Zerschneiden entlang den Faltlinien liefert Figuren, die miteinander verglichen werden können; zum Flächenvergleich auch zwischen verschiedenen Figuren ist es dann kein weiter Weg mehr. Es eröffnet sich eine Fülle möglicher Variationen.

Bei dieser Art von Aktivitäten ist es nicht notwendig,

sich auf die Beschäftigung mit abstraktem Reizmaterial zu beschränken, wie es etwa in der Arbeit mit den 'Konstruktiven Dreiecken' aus dem Montessori-Material¹ geschieht: Hier wird die Aufmerksamkeit des Kindes ganz auf die unterschiedlichen Typen von Dreiecken gelenkt, die in unterschiedlicher Weise zu Rechtecken, größeren Dreiecken, Trapezen, Sechsecken usw. zusammengefügt werden können. Gleichzeitig werden die Kinder gezielt an den Flächenvergleich zwischen verschiedenen Figuren herangeführt.

Die gestalterischen Aktivitäten Falten und Schneiden bieten jedoch die Möglichkeit, die geometrischen Erfahrungen als Teil einer umfassenderen Beschäftigung zu vermitteln. Die geometrischen Teilfiguren stellen sich als Grundelemente, als Arbeitsmaterial motivierender Gestaltungsaktivitäten dar: Faltlinien als Begrenzungslinien verschiedenen einzufärbender Gebiete, um ein 'schönes Muster' zu erhalten, als Linien, entlang deren man ein Blatt zerschneidet, um bestimmte Formen als 'Bausteine' zum Aufkleben zu gewinnen (z.B. für Häuser, Dächer, Zäune usw.). Dabei werden verschiedenste Erfahrungen vermittelt, z.B. in was für verschiedene Figuren man ein rechteckiges Blatt zerlegen kann - oder umgekehrt, aus was für verschiedenartigen Figuren man ein rechteckiges Blatt zusammensetzen kann.

Die Verbindung zu den visuellen Erfahrungsmöglichkeiten durch Legespiele, auch z.B. bei Parkettierungen, wird an dieser Stelle deutlich.

b) Gestaltungsübungen auf dem Steckbrett

Während beim Falten und Schneiden vornehmlich der Aspekt einer geometrischen Figur als flächenhaftes Gebilde und

1) Nederlandse Montessori-Vereniging (Hrsg.) 1973

der unterschiedlichen Art seiner Ausdehnung ins Blickfeld kommt, eventuell noch der Aspekt der gradlinigen Begrenzungslinien eines Polygons, lenken Aktivitäten mit dem Steckbrett oder ähnliche Arbeitsformen die Aufmerksamkeit des Kindes vor allem auf die Gestaltung des Umrisses eines darzustellenden Gebildes und erst in der Folge auf die dadurch eventuell bewirkte Einteilung in Innen und Außen bei der damit verbundenen Aufgabe der weiteren Ausgestaltung des Produktes etwa durch farbliche Gestaltung der verschiedenen Gebiete.¹

Eine besondere Erfahrung der Beschäftigung mit dem Steckbrett bei der Gestaltung verschiedener Muster (auch wenn es sich nicht unmittelbar geometrisch-beschreibbare Gebilde handelt) ist die Auflösung kontinuierlicher Umrisslinien in diskrete Punkte, die einzufügenden Stecker.²

Dabei ist es für die Kinder ein besonderes Problem, z.B. Richtungen durch einzelne Stecker festzulegen und diese Richtung dann beizubehalten.³ Hier kommen Probleme zum Ausdruck, die bei PIAGET mit einem Mangel an begrifflicher Vorstellung von der Geraden gedeutet werden. Bei NEUNZIG⁴ findet man daher z.B. die Anregung, vorgegebene Figuren auf das Steckbrett zu legen und anschließend 'umstecken' zu lassen, eine Hilfe, die der Zuhilfenahme einer Schablone beim Zeichnen ähnlich ist.

Für die Darstellung geradlinig begrenzter Gebilde, bei denen die Kontinuität der Begrenzungslinie zum Ausdruck kommt, bietet das Steckbrett die Möglichkeit, die darzustellende Figur durch Festlegung der Eckpunkte zu bestimmen und die Stecker, welche die Eckpunkte dar-

1) Vgl. dazu auch NEUNZIG 1972

2) Hier geht wesentlich die Vorstellung von der Geraden als aus Punkten zusammengesetztes Gebilde ein

3) Vgl. OLSON 1970

4) S. NEUNZIG 1972

stellen, durch einen Gummiring zu umspannen.¹ Auf die Weise lassen sich auch mehrere Gebilde zu Mustern überlagern: eine Aktivität, die der kreativen Entfaltung des Kindes weiten Raum bietet.

Die geometrischen Erfahrungen geben dabei den Hintergrund ab.

c) Aktivitäten mit Stäbchen zum Nachlegen und Aufkleben

Legestäbchen bieten den Kindern die Möglichkeit, bei der bildnerischen Gestaltung von Gegenständen und Bildern aus der Umwelt, die sich mit Hilfe geradliniger Begrenzungen darstellen lassen, die motorische Schwierigkeit der Konstruktion einer geraden Linie zu vermeiden. Schwerpunkte der Erfahrung bei diesen Aktivitäten liegen in der Auswahl verschiedener Längen der Stäbchen sowie im Auffinden der geeigneten Richtung bei der Wiedergabe einer Begrenzungslinie, wobei den Kindern die Wiedergabe von orthogonalen Beziehungen, die mit einem äußeren orthogonalen Bezugssystem zusammenfallen, am leichtesten fällt.

In besonders starkem Maße kommen bei gestalterischen Aktivitäten dieser Art euklidisch-metrische Eigenschaften zum Tragen, wenn die Kinder versuchen, Winkel, Parallelen, Symmetrieeigenschaften und Proportionen, eventuell sogar die absolute Größe korrekt wiederzugeben.

Wie bei den anderen Aktivitäten fügt sich diese Beschäftigung in einen umfassenden Bereich von Gestaltungsaufgaben ein, die sich nicht auf die in der Untersuchung zum Zweck der Erhebung der kindlichen Leistungsfähigkeit geforderten abstrakten Aufgabenstellungen beschränken dürfen. Vielfältige Variationen in der Gestaltung konkreter Gegebenheiten bieten ausreichend Gelegenheit zur Reproduktion differenzierter euklidisch-metrischer Merkmale.

1) Vgl. auch IMMERZEEL 1973

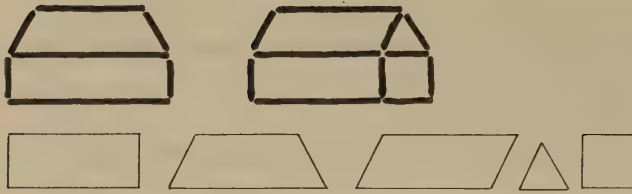


Abb. 6.1: Geometrische Elemente in der Gestaltung der Darstellung verschiedener Haustypen

d) Grafomotorische Aktivitäten

Das weiteste Feld an Gestaltungsmöglichkeiten stellt mit dem Schwerpunkt räumlich-geometrischer Beziehungen wohl der vielfältige Bereich der zeichnerischen Gestaltung dar. Durch Variationen in der Art und Zahl der Hilfsmittel, sei es was Zeichengeräte angeht oder die Vorstrukturierung des Arbeitsblattes, haben zeichnerische Aktivitäten unterschiedlichste Anforderungen in ihrem Schwierigkeitsgrad und sind von unterschiedlichen Schwerpunkten geometrischer Erfahrung gekennzeichnet.

- Zeichnen durch Umfahren von Gegenständen - Zeichnen mit Schablonen

Wenn das Umfahren von Gegenständen oder das Zeichnen mit Hilfe von Schablonen geometrischer Grundelemente hier als erste Möglichkeit zeichnerischer Gestaltung angeführt wird, so ist darauf hinzuweisen, daß eine Phase des 'Kritzeln', der freien Anwendung von Zeichnmaterial wie Bleistift, Farbstift, Filzschreiber, Kreide o.ä. eine notwendige Vorerfahrung darstellt, da erst die Erfahrung der Wirkung der zeichnerischen Aktivität das Entstehen einer kontinuierlichen Linie, gerader und gekrümmter Linienelemente, flächiges Ausfüllen

mit farbigem Material, die Möglichkeit bietet, das Zeichnen als Darstellungs- und Kommunikationsmedium durch den Erwerb feinmotorischer Fähigkeiten und gestalterischer Grundelemente zu erobern. Dann aber vermittelt das Zeichnen mit den genannten Hilfsmitteln gezielte Erfahrungen, die die Grundlage weiterer kreativer Gestaltung sein können.

D. HOOFF sieht sogar in der Tätigkeit des Zeichnens mit Hilfe von Schablonen selbst eine Möglichkeit der individuellen Beschäftigung mit geometrischen Strukturen.¹

Im Hinblick auf die Entwicklung feinmotorischer Fähigkeiten zur Vorbereitung des Schreibens ist ein Arbeitsmaterial angelegt, das gleichzeitig wichtige Erfahrungen in der Differenzierung der Merkmale geometrischer Figuren vermittelt: Es handelt sich dabei um die sogenannten 'Metallnen Zeichenfiguren' aus dem MONTESSORI-Material für die Arbeit im Kinderhaus.²

Ähnlich wie bei den Figuren der 'geometrischen Kommode'³ handelt es sich um Rahmen, aus denen geometrische Figuren (Dreieck, Quadrat, nichtquadratisches Rechteck, Trapez, Fünfeck sowie Kreis, Ellipse, Ei, Kurvendreieck, Vierpaß) ausgeschnitten sind, zusammen mit den passenden Einsätzen.

Die Gegenstände sind aus Metall, so daß sie fest aufliegen, wenn die Kinder sie entweder mit dem Stift umfahren oder den inneren Rand der "Schablonen" entlangzeichnen.

Drehen der Rahmen und Figuren, Überlagerung verschiedener Formen, Anwendung verschiedener Farben bieten dabei eine Vielfalt kreativer Gestaltungsmöglichkeiten aus den zehn figuralen Grundelementen, die das Material bereitstellt.

Bei Aktivitäten dieser Art erfährt das Kind während der gestalterischen Handlung geometrische Einzelheiten der darzustellenden Figur oder allgemein des Gegenstandes, den es zur Gestaltung benutzt, Bewegung entlang geraden

1) HOOFF 1977, S. 294 f.

2) Vgl. Nederlandse Montessori-Vereniging (Hrsg.) 1973

3) Vgl. 6.2.1

oder gekrümmten Linien, Unterbrechung und Richtungsänderung der Zeichenbewegung in Ecken, Anzahl von Seiten und Ecken.

Das Nachfahren einer fertigen Zeichnung ohne die mechanische Führung eines Gegenstandes ist eine weitere Aktivität, die darüber hinausgeht und die besonderen Schwierigkeiten der freien Zeichnung bewußt macht.

Es ist nicht zu verkennen, daß in solchen Aktivitäten durch die Motorik des Zeichnens im besonderen Maße bei der Führung durch den Gegenstand auch der Erfahrungsbe- reich der taktilen Wahrnehmung mit angesprochen wird.

- Zeichnen auf vorbereiteten Blättern, Zuhilfenahme von Orientierungspunkten

Bei zeichnerischen Aktivitäten, in denen auf den Einsatz schablonenartiger Hilfsmittel verzichtet wird, kann durch eine Vorstrukturierung des Zeichenblattes den Kindern eine Orientierungshilfe an die Hand gegeben werden.

Beim Verbinden vorgegebener Punkte (auf diese Weise kann z.B. ein bestimmtes Bild entstehen) lernt das Kind die Konstruktion geradliniger Verbindungen und die geeignete Wahl der Richtung - damit auch die Herstellung von Winkeln.

Zugrundeliegende Netze aus orthogonalen Geraden, wie man sie auf kariertem oder rautiertem Papier vorfindet, werden von den Kindern beim Zeichnen bereitwillig als Hilfslinien bei den verschiedensten Darstellungen angenommen. Nach D. HOOFF gehört das 'Netzzeichnen' bereits zu zeichnerischen Beschäftigungen in frühem Alter, wie sie im Anschluß an FRÜBEL von KÖHLER vorgeschlagen wurden.¹

1) HOOFF 1977, S. 204 f.

Allerdings mag die Dominanz eines solchen orthogonalen Bezugssystems bei der visuellen Wahrnehmung den Zugang zur Darstellung der "Schrägen", der gegenüber den orthogonalen Achsen geneigten Gerade, noch erschweren. Wird allerdings die "Schräge", speziell die Diagonale, beherrscht, so liefert gerade kariertes Papier einen Zugang zur Darstellung räumlicher Gebilde in Schrägbildern, einer Darstellungsweise, wie man im angesprochenen Altersbereich von Vorschulkindern allgemein wohl nicht erwarten kann, wenn auch J. HOLT über erstaunliche Leistungen recht junger Kinder auf diesem Gebiet berichtet.¹

Eine weitere Möglichkeit bietet die Vorstrukturierung des Zeichenblattes durch ein Punktegitter.

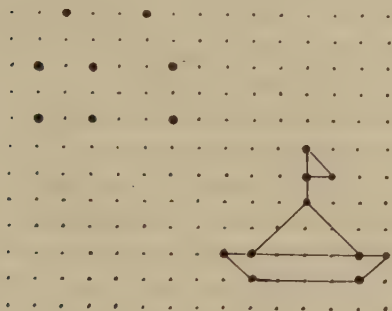


Abb. 6.2: Vorstrukturierung und Zeichnung im Punktegitter ('Haus' und 'Schiff')

Bei Versuchen zur bildnerischen Gestaltung insbesondere bei der Darstellung geometrisch geformter Gegenstände können die Kinder eine Auswahl der Eckpunkte treffen, die sie anschließend verbinden.² Das Verbinden von

1) Vgl. HOLT 1971

2) Vgl. auch IMMERZEEL 1973

vorgegebenen Punkten findet sich übrigens auch als ein Aspekt in FROSTIGs Entwicklungstest zur visuellen Wahrnehmung wieder.¹

Diese Tätigkeit bereitet eine Zeichenstrategie für das freie Zeichnen vor, wie sie C.W. RAND in der zitierten Untersuchung beschreibt.²

- Zeichnen ohne Hilfsmittel

Beim Zeichnen ohne Hilfsmittel auf unstrukturierten Zeichenblättern kommt es darauf an, daß das Kind lernt, von sich aus den Ablauf seiner gestalterischen Tätigkeit sowie die Gestaltung des Blattes selber zu strukturieren.

Grundsätzliche Vorstrukturierungen wie z.B. die Aufteilung des Blattes in oben-unten, links-rechts werden vom Kind schon sehr früh vorgenommen.³ Nur eine Vielfalt von Rückmeldungen aus eigener Tätigkeit kann dem Kind die Grundlagen für eine bewußte und planvolle Gestaltung vermitteln. Hinsichtlich der Erfahrung differenzierter geometrischer, insbesondere euklidisch-metrischer Eigenschaften dargestellter Gegenstände, Formen und Muster bietet die zeichnerische Tätigkeit eine unausschöpfbare Fülle von Möglichkeiten. In diesem Zusammenhang ist es lediglich nötig, durch spezifische Anregungen sicherzustellen, daß aus dem möglichen Erfahrungsbereich auch ein variationsreiches Spektrum von differenzierten Eindrücken ausgenutzt und damit eine breite Grundlage geometrischer Vorerfahrungen zur Präfiguration geometrischer Begriffe sichergestellt wird.

Dies läßt sich bei ganz unterschiedlichen Interessen

1) Vgl. LOCKOWANDT 1974

2) RAND 1973

3) Vgl. BAREIS 1972

des Kindes erreichen. Ein Kind, das gerne Häuser zeichnet, kann dazu angeregt werden, viele verschiedene Häuser zu zeichnen, die dann sicherlich eine größere Vielfalt geometrischer Grundelemente enthalten. Die Anregung zur Beobachtung von Einzelheiten in der Umgebung und der Versuch, sie darzustellen, stellt sicher, daß eine große Anzahl geometrischer Formen bewußt wahrgenommen wird und die Kinder einen Zugang dazu bekommen, die charakteristischen Merkmale differenziert zu erfassen.

Es erscheint hilfreich, den Kindern Anregungen zu bestimmten Zeichenstrategien zu geben, die die Bewältigung der Gestaltungsvorhaben erleichtern.¹

Die motorischen Probleme bei der zeichnerischen Wiedergabe geometrischer Einzelheiten können so reduziert werden.

(Das Zeichnen von geometrischen Figuren ist übrigens ein Untertest im HAWIVA, einem Intelligenztest für das Vorschulalter.)²

e) Raumgeometrische Aktivitäten

Sieht man von den Anregungen zu Bewegungsübungen zur räumlichen Orientierung und zur stereognostischen Erfassung räumlicher Gegenstände ab, so handelte es sich in dem bisher dargestellten Katalog von Aktivitätsformen mit geometrischen Aspekten vornehmlich um Anregungen zum Erfahrungsbereich ebener geometrischer Figuren.

Dies entspricht dem Schwerpunkt, der in dieser Arbeit verfolgt worden ist.

Es soll jedoch nicht versäumt werden, einen kurzen Ausblick auf raumgeometrische Aktivitäten zu geben, die Erfahrungen vor allem auch im Bereich projektiver Be-

1) Vgl. RAND 1973

2) Vgl. EGGERT 1975

ziehungen vermitteln, die bei der Betrachtung euklidisch-metrischer Eigenschaften und Beziehungen, die hier im Vordergrund gestanden haben, etwas zurückgetreten sind.

Zur Erfahrung räumlich-geometrischer Zusammenhänge bietet sich jedenfalls ein weites Feld von Aktivitätsformen an, vor allem wenn man an jegliche Art von Bau- und Basteltätigkeiten denkt, in denen Kinder mit Bauklötzen oder Steckmaterial (z.B. LEGO) dreidimensionale Gebilde herstellen, dabei eventuell sogar nach vorgelegten Abbildungen nachbauen. Letzteres erfordert die räumliche, d.h. dreidimensionale Interpretation einer ebenen Darstellung, mithin die Verarbeitung projektiver Beziehungen, wahrgenommen im Raum oder in der ebenen Darstellung.

Im "Entwicklungstest für das Schulalter" von L. SCHENK-DANZIGER wird von 6jährigen Kindern das Nachbauen eines Gebäudes mit konkretem Material erwartet. SCHENK-DANZIGER entnimmt aus den Leistungen des Kindes Informationen über die Fähigkeit "die Beziehungen der einzelnen Bauelemente eines dreidimensionalen Gebildes zueinander zu erfassen und unter genauer Beachtung des Vorbildes richtig zu reproduzieren".¹

Darüberhinaus kommen ihrer Ansicht nach in der Leistung des Kindes die Fähigkeiten zum Erfassen von Form- und Größenbeziehungen sowie zur Raumorientierung zum Ausdruck.

Damit dürfte ein deutlicher Hinweis auf die Bedeutung raumgeometrischer Aktivitäten gegeben sein.

(Zu räumlichen Aktivitäten s. auch STEWARD 1973, MONTESORI, MARIO 1964, LIEDTKE 1975).

Inwieweit die Kinder bei der Beschäftigung mit räumlichen Aufgabenstellungen bereits in der Lage sind, pro-

1) SCHENK-DANZIGER 1953, S. 54

jektive Beziehungen zu erkennen und zu berücksichtigen, muß an dieser Stelle noch undiskutiert bleiben. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung wurden auch Daten zur Leistung der Kinder beim nachbauen vorgelegter Darstellungen von Würfelgebilden erhoben; die Ergebnisse dieser Versuche liegen noch nicht vor. Erste Untersuchungen von H. KOOPS und P. SORGER zur Fähigkeit von Kindern der ersten Jahrgangsstufe der Grundschule, Würfelgebilde mit Hilfe von Plättchenmaterial in der Ebene im Schrägbild darzustellen, lassen vermuten, daß auch im Bereich der Erfahrung dreidimensionaler Zusammenhänge die Frage des Mediums der Darstellung entscheidend für die Information über den Stand räumlich-geometrischer Fähigkeiten von Kindern dieser Altersstufe ist.¹

Vordringlich erscheint auch in diesem Bereich eine Variation der Aktivitätsbereiche, um den Kindern die Möglichkeit zu einer Vielfalt grundlegender Erfahrungen zu geben.

6.4 Ausblick

Die vorgelegte Liste von Aktivitätsformen, die geometrische Erfahrungen ermöglichen, zeigt, daß die verschiedenen Wahrnehmungsbereiche, in denen die Erfahrungen gesammelt werden, oft kaum zu trennen sind. Die Unterteilung war oft nur durch unterschiedliche Betonung von Schwerpunkten möglich. Darüberhinaus zeigt die Art der Beschäftigungen die Möglichkeit, sie in den Ablauf der täglichen Betätigung in vorschulischen Einrichtungen, speziell auch im Kindergarten, voll zu integrieren, mithin die Förderung der Präfiguration geometri-

1) KOOPS und SORGER 1977

scher Begriffe einzubetten in ein Gesamtkonzept erzieherischer Aufgaben zur Entwicklung der gesamten Persönlichkeit des Kindes.

Organisierte Aktivitäten mit gezielten Aufgabenstellungen müssen dabei nicht ausgeschlossen werden, wenn beachtet wird, daß die Eigentätigkeit des Kindes - nicht die verbale Erläuterung des Erziehers - einen wesentlichen Ausgangspunkt mathematischer Grunderfahrungen für das Kind darstellt.

"... the speech of teachers makes understanding mathematics difficult and therefore minimizes the possible development of the children." schreibt T. TARUNTAJEWA¹ und betont die Wichtigkeit konkreter Erfahrungen in unterschiedlichen Aktivitäten.

Erste Erfahrungen, das Bewußtwerden spezieller Beziehungen, können gezielt vermittelt werden, der Erzieher kann (und soll, wenn nötig) den ersten Anstoß geben, um die Aufmerksamkeit des Kindes auf bestimmte Phänomene zu lenken.² Die Entfaltung erster Anstöße geometrischer Erfahrungen aber geschieht in der dem Kind eigenen Form des Lernens, in spielerischen Aktivitäten.

"The didactic game should be the most frequent form of organized activity for groups of younger children in mathematics activities."³

Im Vordergrund steht das Ziel, dem Kind ein weites Betätigungsfeld zu eröffnen, in dem es die Chancen gezielter geometrischer Erfahrungen zur Grundlegung begrifflicher Vorstellungen wahrnehmen kann.

1) TARUNTAJEWA 1971, S. 102

2) Vgl. dazu MONTESSORI, M., die die Wichtigkeit der 'Isolierung eines Faktors' im Material betont, wodurch die Aufmerksamkeit des Kindes auf ganz bestimmte Aspekte gelenkt wird. MONTESSORI 1928.

3) TARUNTAJEWA 1971, S. 107

Standen zumeist die mathematischen Aspekte dieser Aktivitäten im Rahmen dieser Arbeit im Blickpunkt, so diente dies dem Zweck, den Träger von Erziehungsaufgaben im vorschulischen Bereich (eventuell auch den Pädagogen der Eingangsstufe der Grundschule) für die Vielfalt an möglichen Anregungen im Hinblick auf geometrische Erfahrungen zu sensibilisieren.

Dabei mußten notgedrungen viele Fragen offenbleiben. In der theoretischen Fundierung geometrischer Aktivitäten konnten mit den statistischen Ergebnissen zur Diskrimination und Reproduktion Anhaltspunkte zur Interpretation der geometrischen Erfahrungsmöglichkeiten des Kindes erbracht, aber selbstverständlich keine komplette Theorie der Informationsaufnahme bei geometrischen Vorgaben aufgebaut werden; der eng abgesteckte Rahmen der Untersuchung ließ eine zu weite Verallgemeinerung der gewonnenen Erkenntnisse nicht zu.

Auch die aus den Ergebnissen hergeleiteten didaktischen Konsequenzen für die mathematische Früherziehung konnten über die geleisteten Anregungen zu Aktivitätsbereichen räumlich-geometrischer Erfahrung und allgemeinen Bemerkungen zu den Bedingungen der praktischen Arbeit nicht hinausführen; für detaillierte praktische Handreichungen wären umfangreichere Studien unmittelbar in der Kindergarten- und Vorschularbeit notwendig.

7. Anhang: Ergebnisse der statistischen Auswertung

Der Anhang enthält eine Reihe von Tabellen vor allem mit Mittelwerten und Standardabweichungen, deren Inhalt im Text aus Gründen der Übersicht meist grafisch dargestellt ist. Die hier dargestellten Daten gaben die Grundlage für die im Text berichtete teststatistische Auswertung der Versuchsergebnisse.

Die Berechnung der Daten erfolgte größtenteils auf der Rechenanlage des Rechenzentrums der WWU Münster. Zur Verfügung stand hier das Programmpaket SPSS.¹ Wo dies nicht ausreichte, z.B. bei der Anwendung nichtparametrischer Verfahren, wurde das verfügbare Programmsystem SSP² mit herangezogen.

Für weniger aufwendige Rechnungen genügte zuweilen ein Taschenrechner, die Aufbereitung der Daten wie die CLUSTER-Analysen wurden mit eigenen Programmen an der Kleinrechenanlage des Fachs Mathematik an der PH Westf.-Lippe, Abt. Münster, durchgeführt.

7.1 Ergebnisse bei visueller Diskrimination

Die Tabellen zur visuellen Diskrimination enthalten Mittelwerte ($\bar{x}$) und Standardabweichungen (s) der Ergebnisse aus Aufgabentyp A (Vgl. 5.2.2) in Kindergarten (KIGA), Schulkindergarten (SKIGA) und Schule, ferner die Variationswerte der Ergebnisse; darüberhinaus die Ergebnisse der Prüfung der Leistungen im Aufgabentyp B. (Vgl. 5.23) auf signifikantes Abweichen von zufälligen Ergebnissen. Die Testwerte beziehen sich sowohl auf das

1) Statistical Package for the Social Sciences; S. BEUTEL, KÖFFNER, RÜCK und SCHUBÖ 1976

2) 'Scientific Subroutine Package', Programmer's Manual

Gesamtergebnis in der Versuchsgruppe (χ^2) wie auf das Ergebnis bei einzelnen Figuren (u1 - u9). Signifikante Ergebnisse sind entsprechend dem Niveau der Irrtumswahrscheinlichkeit gekennzeichnet. Die letzte Tabelle dieses Abschnitts bezieht sich auf die Diskriminationsleistungen im Aufgabentyp A, differenziert nach Altersgruppen.

Tab. 7.1: Ergebnisse in Aufgaben zur visuellen Diskrimination

	KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
Q1	5.02 1.18	5.39 0.80	5.56 0.59	5.33 0.91	$\bar{x}$ s
Q2	4.90 1.06	5.23 1.07	5.28 0.88	5.13 1.00	$\bar{x}$ s
T	5.31 1.14	5.65 0.56	5.82 0.43	5.60 0.82	$\bar{x}$ s
P	4.96 0.85	4.81 0.90	5.21 0.82	5.04 0.85	$\bar{x}$ s
Ges.	5.08 0.88	5.28 0.60	5.49 0.36	5.30 0.66	$\bar{x}$ s
N	51	26	61	138	

Tab. 7.2: Variationsweite (Range) bei Aufgaben zur visuellen Diskrimination

	KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
Q1	5	3	3	5
Q2	4	4	4	4
T	5	2	2	5
P	3	4	3	4
Ges.	4	3	1.5	4

Tab. 7.3: Signifikanzprüfung für Auswahl von Figuren:
 Quadrat auf der Spitze (Testgrößen: u -
 einzeln, χ^2 - gesamt)

u	KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
u1	0.82	<u>-2.24</u>	<u>5.92</u> ++++	<u>3.23</u> ++++
u2	<u>6.58</u> ++++	-0.64	<u>6.19</u> ++++	<u>7.52</u> ++++
u3	-0.39	<u>2.16</u>	<u>-1.92</u>	-0.70
u4	0.21	0.56	<u>2.41</u>	<u>1.80</u>
u5	-0.09	<u>2.16</u>	-0.84	1.10
u6	<u>-3.73</u> ++++	<u>-2.64</u>	<u>-5.43</u> ++++	<u>-7.13</u> ++++
u7	<u>-3.12</u> ++++	<u>-2.24</u>	<u>-3.00</u> ++++	<u>-4.98</u> ++++
u8	-0.70	0.96	<u>-3.54</u> ++++	<u>-2.48</u>
u9	-0.09	<u>1.76</u>	<u>2.41</u> =====	<u>2.16</u>
χ^2	<u>46.14</u> +++++	<u>20.25</u> =====	<u>96.15</u> +++++	<u>101.38</u> +++++

---- p unter 0.05
 ===== p unter 0.01
 ++++ p unter 0.001

Tab. 7.4: Signifikanzprüfung für Auswahl von Figuren:
Trapez (Testgrößen: u - einzeln, χ^2 - gesamt)

u	KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
u1	<u>2.31</u> ++++	1.54	5.32 ++++	5.54 ++++
u2	-3.40 ++++	-3.04 ++++	-6.26 ++++	-7.61 ++++
u3	5.46 ++++	<u>2.79</u> =====	7.42 ++++	9.40 ++++
u4	-3.11 ++++	-0.96	-6.00 ++++	-6.39 ++++
u5	-3.40 ++++	-2.63 =====	-6.00 ++++	-7.26 ++++
u6	0.03	-1.79 =====	1.11	-0.07
u7	-0.83	3.63 ++++	4.00 ++++	3.61 ++++
u8	6.03 ++++	<u>2.38</u> =====	5.84 ++++	8.53 ++++
u9	-2.83 =====	-1.79 =====	-5.21 ++++	-6.04 ++++
χ^2	69.19 +++++	36.19 +++++	164.97 +++++	245.16 +++++

----- p unter 0.05
 ===== p unter 0.01
 ++++++ p unter 0.001

Tab. 7.5: Signifikanzprüfung für Auswahl von Figuren:
Parallelogramm (Testgrößen: u - einzeln,
chi² - gesamt)

u	KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
u1	~~4.03~~	0.54	~~7.30~~	~~7.30~~
u2	~~-3.11~~	~~-3.21~~	~~-5.41~~	~~-6.91~~
u3	1.17	<u>2.21</u>	~~7.03~~	~~6.07~~
u4	1.46	-0.29	1.08	1.33
u5	-1.11	0.96	~~-3.78~~	~~-2.88~~
u6	~~-3.11~~	-1.13	~~-3.78~~	~~-4.98~~
u7	0.89	0.54	<u>2.43</u>	<u>2.21</u>
u8	-1.40	-1.13	~~-3.24~~	~~-3.58~~
u9	<u>1.74</u>	1.38	-1.62	0.46
chi ²	~~26.78~~	13.97	~~112.47~~	~~119.53~~

---- p unter 0.05

==== p unter 0.01

++++ p unter 0.001

Tab. 7.6: Diskriminationsleistungen, differenziert
nach Altersgruppen

		Q1	Q2	T	P
unter 6 Jahre	$\bar{x}$	4.67	4.54	4.96	4.71
	s	1.34	1.32	1.40	0.86
6 bis unter 7	$\bar{x}$	5.35	5.26	5.65	5.02
	s	0.87	0.87	0.66	0.76
7 und mehr J.	$\bar{x}$	5.56	5.25	5.81	5.19
	s	0.59	0.88	0.44	0.90

7.2 Reproduktionsergebnisse

Dieser Abschnitt enthält Mittelwerte ($\bar{x}$), Standardabweichungen (s) und Häufigkeiten bei der Bewertung der Reproduktionen im ersten Zeichnen (Z1), zweiten Zeichnen (Z2) und Aufkleben (KL) bei Kindergarten- (KIGA), Schulkindergarten- (SKIGA) und Schulkindern (SCHULE).

Die Häufigkeiten sind so bestimmt, daß nichtganzzahlige Punktzahlen, die durch die Berechnung eines arithmetischen Mittels entstanden sind, auf ganze Zahlen aufgerundet wurden. Bei allen Figuren wurden die einzelnen Eigenschaften durch die Abkürzungen W für Winkel, SV für Seitenverhältnisse, Ä für Ähnlichkeit, G für Größe sowie Par1 und Par2 für die beiden Parallelenpaare a-c und b-d (beim Trapez Par für a-c) bezeichnet. (Vgl. dazu die Abb. 5.3, 5.13, 5.23 und 5.33)

7.2.1 Quadrat in Normallage (Q1)

Tab. 7.7: Ergebnisse bei der Reproduktion des Quadrats
in Normallage: Winkel und Parallelen

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
W	Z1	5.21	5.19	5.29	5.24	$\bar{x}$
		0.70	1.09	0.75	0.80	s
	Z2	5.18	5.16	5.22	5.19	$\bar{x}$
		0.81	1.20	0.72	0.85	s
	KL	5.67	5.81	-----	5.72	$\bar{x}$
		0.59	0.31	-----	0.52	s
Par1	Z1	5.33	5.42	5.39	5.37	$\bar{x}$
		0.77	0.70	1.36	1.05	s
	Z2	5.13	5.58	5.55	5.39	$\bar{x}$
		1.47	0.76	0.88	1.14	s
	KL	5.64	5.92	-----	5.73	$\bar{x}$
		1.07	0.27	-----	0.90	s
Par2	Z1	5.49	5.31	5.71	5.55	$\bar{x}$
		0.84	1.01	0.61	0.79	s
	Z2	5.35	5.46	5.48	5.43	$\bar{x}$
		1.06	1.21	0.72	0.95	s
	KL	5.70	5.77	-----	5.72	$\bar{x}$
		0.76	0.65	-----	0.73	s

Tab. 7.8: Häufigkeiten von Punktzahlen: Q1, Winkel

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	2	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	2	2	1	0	0	0	3	2
4	5	6	2	3	1	0	3	5
5	24	20	7	7	10	2	21	29
6	24	27	46	15	13	24	35	26
N	55	55	56	26	26	26	62	62

Tab. 7.9: Häufigkeiten von Punktzahlen: Q1, Par1

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	0	1	1	0	0	0	3	1
1	0	3	1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	3	0	1	1	0	0	0
4	7	1	0	0	1	0	4	1
5	20	16	9	12	6	2	12	20
6	27	31	45	13	18	24	43	40
N	55	55	56	26	26	26	62	62

Tab. 7.10: Häufigkeiten von Punktzahlen: Q1, Par2

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	0	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	1	1	1
4	2	6	1	4	0	0	2	5
5	19	15	8	6	8	3	11	19
6	33	32	45	15	17	22	48	37
N	55	55	56	26	26	26	62	62

Tab. 7.11: Ergebnisse bei der Reproduktion des Quadrats in Normallage: Seitenverhältnisse

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
SV	Z1	5.45 0.58	5.34 0.68	5.47 0.82	5.44 0.71	$\bar{x}$ s
	Z2	5.27 0.66	5.63 0.40	5.51 0.63	5.44 0.62	$\bar{x}$ s
	KL	5.56 0.83	5.85 0.31	----- -----	5.66 0.72	$\bar{x}$ s

Tab. 7.12: Häufigkeiten von Punktzahlen: Q1, Seitenverhältnis

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	2	0
3	1	1	1	1	0	0	0	1
4	2	7	4	2	0	0	3	4
5	19	24	10	10	9	3	17	16
6	33	23	40	13	17	23	40	41
N	55	55	56	26	26	26	62	62

Tab. 7.13: Ergebnisse bei der Reproduktion des Quadrats in Normallage: Ähnlichkeit

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT
Ä	Z1	5.30 0.58	5.26 0.76	2.40 0.70	5.33 0.67
	Z2	5.22 0.62	5.38 0.72	5.36 0.58	5.31 0.62
	KL	5.63 0.61	5.83 0.25	----- -----	5.70 0.53

Tab. 7.14: Häufigkeiten von Punktzahlen: Q1, Ähnlichkeit

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	1	1	2	0	3	1
4	3	2	1	3	0	0	0	4
5	21	25	11	7	6	3	23	22
6	30	23	43	15	18	23	36	35
N	55	55	56	26	26	26	62	62

Tab. 7.15: Ergebnisse bei der Reproduktion des Quadrats in Normallage: Größe

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
G	Z1	3.12	3.35	4.36	3.70	$\bar{x}$
		2.08	2.04	1.27	1.85	s
	Z2	3.09	2.96	4.12	3.51	$\bar{x}$
		1.74	2.22	1.01	1.65	s
	KL	3.19	4.40	----	3.57	$\bar{x}$
		2.56	2.04	----	2.46	s

Tab. 7.16: Häufigkeiten von Punktzahlen: Q1, Größe

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	12	6	16	5	5	2	1	0
1	4	5	2	0	4	1	2	0
2	1	6	4	3	3	2	1	4
3	9	11	9	2	0	4	10	11
4	8	13	1	6	5	1	11	21
5	12	10	4	4	5	3	27	23
6	9	4	20	6	4	13	10	3
N	55	55	56	26	26	26	62	62

7.2.2 Quadrat auf der Spitze (Q2)

Tab. 7.17: Ergebnisse bei der Reproduktion des Quadrats auf der Spitze: Winkel und Parallelen

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
W	Z1	3.16	2.77	3.00	3.02	$\bar{x}$
		1.43	1.82	1.61	1.58	s
	Z2	2.68	2.58	2.83	2.72	$\bar{x}$
		1.75	1.49	1.77	1.70	s
	KL	4.50	4.61	-----	4.54	$\bar{x}$
		1.58	1.18	-----	1.46	s
Par1	Z1	3.47	3.89	4.21	3.87	$\bar{x}$
		1.96	2.32	1.90	2.02	s
	Z2	3.73	4.35	4.21	4.05	$\bar{x}$
		2.31	2.00	1.86	2.07	s
	KL	4.96	5.23	-----	5.05	$\bar{x}$
		1.75	1.03	-----	1.56	s
Par2	Z1	3.64	3.50	4.82	4.13	$\bar{x}$
		2.10	2.45	1.53	2.03	s
	Z2	3.20	4.65	4.71	4.12	$\bar{x}$
		2.36	1.60	1.44	2.00	s
	KL	4.88	5.12	-----	4.95	$\bar{x}$
		1.97	1.40	-----	1.81	s

Tab. 7.18: Häufigkeiten von Punktzahlen: Q2, Winkel

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	3	10	2	5	2	0	7	8
1	5	4	3	2	4	0	3	7
2	9	7	2	3	7	1	10	9
3	6	15	4	2	5	4	10	11
4	23	9	9	10	3	5	17	13
5	9	8	16	4	5	7	13	9
6	0	2	20	0	0	8	2	5
N	55	55	56	26	26	26	62	62

Tab. 7.19: Häufigkeiten von Punktzahlen: Q2, Par1

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	8	12	4	6	3	0	7	6
1	2	1	1	0	1	0	1	2
2	6	1	1	0	1	0	3	0
3	7	7	2	1	0	3	3	9
4	13	7	3	5	3	2	12	12
5	10	9	13	6	5	7	19	14
6	9	18	32	8	6	14	17	19
N	55	55	56	26	26	26	62	62

Tab. 7.20: Häufigkeiten von Punktzahlen Q2, Par2

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	9	14	6	6	2	0	4	2
1	3	4	0	1	0	1	0	1
2	2	3	2	2	0	2	0	1
3	7	6	2	3	1	0	3	6
4	10	13	3	3	5	1	9	11
5	12	14	7	1	10	8	22	19
6	12	11	36	10	8	14	24	22
N	55	55	56	26	26	26	62	62

Tab. 7.21: Ergebnisse der Reproduktion des Quadrats auf der Spitze: Seitenverhältnisse

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
SV	Z1	3.27	3.57	4.40	3.81	$\bar{x}$
		1.91	2.21	1.59	1.90	s
	Z2	3.25	4.26	4.26	3.87	$\bar{x}$
		1.99	1.83	1.57	1.85	s
	KL	5.27	5.36	----	5.33	$\bar{x}$
		1.66	1.24	----	1.53	s

Tab. 7.22: Häufigkeiten von Punktzahlen: Q2, Seitenverhältnisse

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	7	11	3	6	3	1	4	3
1	6	0	1	1	0	0	2	3
2	7	7	1	0	1	0	2	2
3	6	7	1	1	2	0	3	6
4	9	10	1	4	3	3	13	14
5	15	15	9	10	10	5	25	21
6	5	5	40	4	7	17	13	13
N	55	55	56	26	26	26	62	62

Tab. 7.23: Ergebnisse bei der Reproduktion des Quadrats auf der Spitze: Ähnlichkeit

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
Ä	Z1	3.20	3.15	3.70	3.41	$\bar{x}$
		1.48	1.83	1.28	1.48	s
	Z2	2.95	3.42	3.54	3.29	$\bar{x}$
		1.61	1.33	1.27	1.44	s
	KL	4.88	5.01	----	4.92	$\bar{x}$
		1.42	1.00	----	1.30	s

Tab. 7.24: Häufigkeiten von Punktzahlen: Q2, Ähnlichkeit

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	5	9	2	5	1	0	2	1
1	3	2	1	1	3	0	2	4
2	6	4	2	1	1	1	5	5
3	15	14	2	4	5	1	12	18
4	14	18	4	7	9	3	21	18
5	12	7	19	7	7	9	18	11
6	0	1	26	1	0	12	2	5
N	55	55	56	26	26	26	62	62

Tab. 7.25: Ergebnisse bei der Reproduktion des Quadrats auf der Spitze: Größe

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
G	Z1	2.25	2.00	2.25	2.21	$\bar{x}$
		1.34	1.69	1.49	1.47	s
	Z2	1.65	2.17	2.20	1.98	$\bar{x}$
		1.70	1.76	1.69	1.71	s
	KL	3.41	3.55	----	3.45	$\bar{x}$
		2.42	2.12	----	2.32	s

Tab. 7.26: Häufigkeiten von Punktzahlen: Q2, Größe

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	8	21	10	8	5	2	8	13
1	7	8	3	3	5	0	13	11
2	8	8	13	2	5	10	11	8
3	18	6	3	5	4	3	14	10
4	10	7	1	7	3	1	12	14
5	2	5	5	1	4	0	4	5
6	0	0	21	0	0	10	0	1
N	55	55	56	26	26	26	62	62

7.2.3 Trapez (T)

Tab. 7.27: Ergebnisse bei der Reproduktion des Trapezes:
Winkel und Parallelen

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
W	Z1	4.17	4.27	4.68	4.41	$\bar{x}$
		1.58	1.30	0.91	1.29	s
	Z2	3.96	4.59	4.46	4.29	$\bar{x}$
		1.56	1.06	1.03	1.29	s
	KL	4.43	4.40	----	4.42	$\bar{x}$
		1.56	1.32	----	1.48	s
Par	Z1	5.04	5.42	5.57	5.34	$\bar{x}$
		1.47	0.81	0.62	1.07	s
	Z2	5.04	5.39	5.46	5.28	$\bar{x}$
		1.26	0.80	0.74	1.00	s
	KL	5.23	5.54	----	5.33	$\bar{x}$
		1.65	0.65	----	1.42	s

Tab. 7.28: Häufigkeiten von Punktzahlen: T , Winkel

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	2	2	3	1	0	0	0	0
1	2	2	1	0	0	1	0	0
2	5	5	3	2	2	1	1	0
3	4	7	3	0	2	4	6	10
4	10	13	9	7	4	4	11	15
5	22	16	20	13	12	9	29	21
6	10	10	17	3	6	7	15	13
N	55	55	56	26	26	26	62	61

Tab. 7.29: Häufigkeiten von Punktzahlen: T, Par

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	3	0	4	0	0	0	0	0
1	0	2	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0	0	0	0
3	2	4	1	1	1	0	0	2
4	6	4	1	2	2	2	4	3
5	17	19	10	8	9	8	19	21
6	27	25	39	15	14	16	39	35
N	55	55	56	26	26	26	62	61

Tab. 7.30: Ergebnisse bei der Reproduktion des Trapezes:
Seitenverhältnisse

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
SV	Z1	4.16 1.31	4.56 1.18	4.59 0.79	4.42 1.10	$\bar{x}$ s
	Z2	3.92 1.32	4.57 0.83	4.15 1.13	4.14 1.17	$\bar{x}$ s
	KL	4.53 1.71	4.33 1.20	---- ----	4.47 1.56	$\bar{x}$ s

Tab. 7.31: Häufigkeiten von Punktzahlen: T, Seitenver-
hältnisse

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	1	1	3	0	0	0	0	0
1	2	2	0	0	0	0	0	0
2	4	4	6	3	0	3	0	6
3	7	11	3	0	5	2	6	12
4	17	16	8	8	4	10	22	18
5	17	17	16	8	16	7	26	20
6	7	4	20	7	1	4	8	5
N	55	55	56	26	26	26	62	61

Tab. 7.32: Ergebnisse bei der Reproduktion des Trapezes:
Ähnlichkeit

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
Ä	Z1	4.16	4.40	4.63	4.41	$\bar{x}$
		1.30	1.17	0.65	1.05	s
	Z2	3.92	4.56	4.30	4.20	$\bar{x}$
		1.30	0.83	0.88	1.07	s
	KL	4.49	4.36	-----	4.45	$\bar{x}$
		1.55	1.17	-----	1.43	s

Tab. 7.33: Häufigkeiten von Punktzahlen: T, Ähnlichkeit

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	0	1	3	0	0	0	0	0
1	3	5	0	1	0	0	0	0
2	5	1	4	2	0	2	0	2
3	4	7	2	0	3	4	4	10
4	12	20	10	5	6	7	19	21
5	27	16	20	15	13	8	34	24
6	4	5	17	3	4	5	5	4
N	55	55	56	26	26	26	62	61

Tab. 7.34: Ergebnisse bei der Reproduktion des Trapezes:
Größe

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
G	Z1	2.62	2.90	2.44	2.60	$\bar{x}$
		1.38	1.38	1.25	1.32	s
	Z2	2.13	2.39	2.13	2.18	$\bar{x}$
		1.32	1.57	1.20	1.32	s
	KL	3.10	2.82	-----	3.01	$\bar{x}$
		2.36	1.99	-----	2.24	s

Tab. 7.35: Häufigkeiten von Punktzahlen: T, Größe

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	4	7	9	2	4	3	3	6
1	7	9	11	1	4	3	8	13
2	14	17	7	6	4	7	17	17
3	15	13	4	7	5	4	20	15
4	8	6	4	7	7	4	12	7
5	7	3	3	3	1	1	2	3
6	0	0	18	0	1	5	0	0
N	55	55	56	26	26	26	62	61

7.2.4 Parallelogramm (P)

Tab. 7.36: Ergebnisse bei der Reproduktion des Parallelogramms: Winkel und Parallelen

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
W	Z1	3.62	4.30	4.38	4.07	$\bar{x}$
		1.69	1.31	1.23	1.47	s
	Z2	3.51	3.76	4.30	3.90	$\bar{x}$
		1.63	1.40	1.20	1.45	s
	KL	3.46	3.25	----	3.39	$\bar{x}$
		2.05	1.83	----	1.98	s
Par1	Z1	4.67	4.58	4.89	4.75	$\bar{x}$
		1.45	1.21	1.13	1.28	s
	Z2	4.58	4.58	4.90	4.72	$\bar{x}$
		1.65	1.42	1.33	1.48	s
	KL	5.14	5.12	----	5.13	$\bar{x}$
		1.60	1.28	----	1.50	s
Par2	Z1	3.44	4.65	4.52	4.13	$\bar{x}$
		2.19	1.65	1.72	1.97	s
	Z2	3.32	3.96	4.30	3.86	$\bar{x}$
		2.33	1.93	1.79	2.07	s
	KL	4.18	4.92	----	4.42	$\bar{x}$
		2.10	1.83	----	2.04	s

Tab. 7.37: Häufigkeiten von Punktzahlen: P, Winkel

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	3	4	6	0	0	3	1	2
1	5	5	8	1	2	2	1	0
2	6	4	4	2	3	2	3	1
3	7	8	5	4	4	4	2	8
4	9	11	4	5	5	7	22	19
5	21	21	18	8	9	4	19	21
6	4	2	11	6	3	4	14	10
N	55	55	56	26	26	26	62	61

Tab. 7.38: Häufigkeiten von Punktzahlen: P, Par1

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	3	4	3	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1	0	1
2	2	0	1	0	0	0	0	0
3	1	5	1	3	4	1	5	7
4	9	5	3	7	6	6	13	10
5	26	24	12	9	7	3	22	15
6	14	16	35	6	8	15	21	27
N	55	55	56	26	26	26	62	61

Tab. 7.39: Häufigkeiten von Punktzahlen: P, Par2

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	11	14	8	2	3	2	5	5
1	2	2	1	0	1	0	1	2
2	5	3	1	0	0	0	1	2
3	5	4	6	2	5	2	4	4
4	10	9	9	4	4	1	9	14
5	10	11	9	9	7	6	23	16
6	12	12	22	9	6	15	19	18
N	55	55	56	26	26	26	62	61

Tab. 7.40: Ergebnisse bei der Reproduktion des Parallelogramms: Seitenverhältnisse

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
SV	Z1	4.18	4.35	4.28	4.25	$\bar{x}$
		1.53	1.27	1.35	1.40	s
	Z2	3.20	3.61	3.72	3.50	$\bar{x}$
		1.66	1.48	1.40	1.53	s
	KL	4.66	4.34	----	4.56	$\bar{x}$
		1.53	1.32	----	1.47	s

Tab. 7.41: Häufigkeiten von Punktzahlen: P, Seitenverhältnisse

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	3	5	3	0	0	0	1	2
1	2	7	0	1	3	2	2	1
2	1	3	1	1	4	1	3	9
3	7	11	4	4	6	1	8	13
4	13	17	17	7	5	11	18	17
5	18	9	9	8	5	6	19	14
6	11	3	22	5	3	5	11	5
N	55	55	56	26	26	26	62	61

Tab. 7.42: Ergebnisse bei der Reproduktion des Parallelogramms: Ähnlichkeit

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
Ä	Z1	3.88	4.30	4.32	4.15	$\bar{x}$
		1.48	1.10	1.12	1.28	s
	Z2	3.35	3.60	4.00	3.68	$\bar{x}$
		1.46	1.20	1.13	1.30	s
	KL	4.06	3.80	----	3.98	$\bar{x}$
		1.57	1.08	----	1.43	s

Tab. 7.43: Häufigkeiten von Punktzahlen: P, Ähnlichkeit

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	2	4	3	0	0	0	1	2
1	2	3	1	0	1	0	1	0
2	6	5	5	1	3	3	1	2
3	7	12	7	6	9	8	6	9
4	12	18	11	6	6	7	23	26
5	23	10	17	8	6	5	23	18
6	3	3	12	5	1	3	7	4
N	55	55	56	26	26	26	62	61

Tab. 7.44: Ergebnisse bei der Reproduktion des Parallelogramms: Größe

		KIGA	SKIGA	SCHULE	GESAMT	
G	Z1	2.93	2.79	2.78	2.84	$\bar{x}$
		1.54	1.22	1.40	1.42	s
	Z2	2.16	2.32	2.24	2.23	$\bar{x}$
		1.36	1.16	1.27	1.28	s
	KL	3.32	2.70	----	3.12	$\bar{x}$
		2.34	1.84	----	2.20	s

Tab. 7.45: Häufigkeiten von Punktzahlen: P, Größe

	KIGA			SKIGA			SCHULE	
	Z1	Z2	KL	Z1	Z2	KL	Z1	Z2
0	2	5	7	1	2	2	2	6
1	7	12	9	1	4	3	11	10
2	14	15	7	10	8	9	9	18
3	10	15	7	3	8	5	18	17
4	11	3	2	8	3	1	12	7
5	10	5	5	3	1	2	9	3
6	1	0	19	0	0	4	1	0
N	55	55	56	26	26	26	62	61

7.3 Korrelation zwischen Variablen

In diesem Abschnitt sind die Korrelationskoeffizienten zwischen den Leistungen in verschiedenen Reproduktionsvariablen und der visuellen Diskrimination der entsprechenden Figur dargestellt.

Die Korrelation¹ der Variablen diente als Distanzfunktion für die Erstellung der CLUSTER-Analysen.²

In die Berechnung gingen jeweils alle beteiligten Versuchspersonen ein, d.h., es wurde nicht nach Versuchsgruppen unterschieden. Berücksichtigt wurde nun die erste Zeichnung sowie die Stäbchentechnik.

Die Bezeichnungen in den Tabellen stimmen mit den Bezeichnungen im vorigen Abschnitt überein. Darüberhinaus stehen D1 - D4 für die visuelle Diskrimination jeweils von Q1, Q2, T und P.

Die Korrelationskoeffizienten sind mit '+' gekennzeichnet, wenn sie signifikant von 0 abweichen, mit '++' bei hoher Signifikanz. (In einem Fall ergibt sich ein signifikant negativer Korrelationskoeffizient, der mit '-' gekennzeichnet ist.)

Tab. 7.46: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Eigenschaften am Quadrat in Normallage

Z1	Par2	W	SV	G	D1
Par1	.10	.45 ++	.46 ++	.27 ++	.11
Par2		.26 ++	.39 ++	.25 +	.07
W			.35 ++	.25 +	.17 +
SV				.47 ++	.15 +
G					.07

1) SPEARMAN-Korrelationskoeffizient, vgl. LIENERT 1969, S. 293 f.

2) Vgl. STEINHAUSEN und LANGER 1977, S. 62 f.

Tab. 7.47: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Eigenschaften am Quadrat in Normallage

KL	Par2	W	SV	G	D1
Par1	.14	.35 ++	.30 +	.19 +	.01
Par2		.53 ++	.01	.09	.07
W			.15	.01	.02
SV				.29 +	.01
G					-.07

Tab. 7.48: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Eigenschaften am Quadrat auf der Spitze

Z1	Par2	W	SV	G	D2
Par1	.30 ++	.27 ++	.57 ++	.11	.05
Par2		.34 ++	.74 ++	.28 ++	.18 +
W			.36 ++	.38 ++	.11
SV				.22 +	.16 +
G					.14

Tab. 7.49: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Eigenschaften am Quadrat auf der Spitze

KL	Par2	W	SV	G	D2
Par1	.43 ++	.41 ++	.57 ++	.26 +	.18
Par2		.36 ++	.44 ++	.11	.23 +
W			.36 ++	.24 +	.22 +
SV				.31 +	-.01
G					.14

Tab. 7.50: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Eigenschaften am Trapez

Z1	W	SV	G	D3
Par	.28 ++	.10	.16	.13
W		.39 ++	.24 +	.09
SV			.38 ++	.14 +
G				-.03

Tab. 7.51: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Eigenschaften am Trapez

KL	W	SV	G	D3
Par	.47 ++	.48 ++	.44 ++	.24 +
W		.61 ++	.42 ++	.05
SV			.61 ++	.22 +
G				.08

Tab. 7.52: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Eigenschaften am Parallelogramm

Z1	Par2	W	SV	G	D4
Par1	.37 ++	.50 ++	.53 ++	.37 ++	.12
Par2		.58 ++	.45 ++	.30 ++	.13
W			.52 ++	.44 ++	.13
SV				.53 ++	.08
G					.13

Tab. 7.53: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Eigenschaften am Parallelogramm

KL	Par2	W	SV	G	D4
Par1	.20 +	.32 ++	.46 ++	.28 +	-.07
Par2		.20 +	.27 +	.10	-.15
W			.30 +	.28 +	.08
SV				.64 ++	.06
G					.19

Tab. 7.54: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Winkel

		Q1 KL	Q2 Z1	KL	T Z1	KL	P Z1	KL
Q1	Z1	.22 +	.07	.10	.18 +	.13	.28 ++	.23 +
	KL		-.08	.09	.03	.25 +	.23 +	.19 +
Q2	Z1			.12	.16 +	.31 +	.20 +	.13
	KL				.33 +	.20 +	.24 +	.19 +
T	Z1					.22 +	.28 ++	.31 +
	KL						.25 +	.22 +
P	Z1							.42 ++

Tab. 7.55: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Seitenverhältnisse

		Q1 KL	Q2 Z1	KL	T Z1	KL	P Z1	KL
Q1	Z1	.11	-.00	.01	-.00	.10	.17 +	.08
	KL		.23 +	.18 +	.02	.08	.15	-.06
Q2	Z1			-.02	.09	.21 +	.04	.11
	KL				.18	.37 ++	.37 ++	.27 +
T	Z1					.27 +	.19 +	.08
	KL						.26 +	.52 ++
P	Z1							.22 +

Tab. 7.56: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Ähnlichkeit

		Q1 KL	Q2 Z1	KL	T Z1	KL	P Z1	KL
Q1	Z1	.16	.04	.05	.09	.12	.28 ++	.24 +
	KL		.17	.15	.14	.24 +	.24 +	.14
Q2	Z1			.07	.14 +	.33 +	.11	.16
	KL				.31 +	.21 +	.30 +	.24 +
T	Z1					.29 +	.27 ++	.34 ++
	KL						.31 +	.45 ++
P	Z1							.42 ++

Tab. 7.57: Korrelationstafel zur Wiedergabe der Größe

		Q1 KL	Q2 Z1	KL	T Z1	KL	P Z1	KL
Q1	Z1	.08	.34 ++	.05	.07	.02	.16 +	.00
	KL		.26 +	.21 +	.13	.15	.06	.27 +
Q2	Z1			.15	-.01	.13	.12	.16
	KL				.13	.48 ++	.23 +	.40 ++
T	Z1					.08	.10	.09
	KL						-.03	.52 ++
P	Z1							-.06

7.4 Ergebnisse unter verschiedenen Aspekten

Hier sind tabellarisch Ergebnisse zusammengefaßt, die sich auf die Auswertung nach unterschiedlichen Aspekten wie Schwierigkeitsgrad, Altersabhängigkeit, Reihenfolge der Verfahren usw. beziehen.

Die Bezeichnungen sind wie in den vorigen Abschnitten gewählt.

Tab. 7.59: Ergebnisse in der Wiedergabe im ersten Zeichnen, die Figuren im Vergleich (GESAMT, N = 143)

Z1	W	SV	Ä	G	
Q1	5.24 0.80	5.44 0.71	5.33 0.67	3.70 1.85	$\bar{x}$ s
Q2	3.02 1.58	3.81 1.90	3.41 1.48	2.21 1.47	$\bar{x}$ s
T	4.41 1.29	4.42 1.10	4.41 1.05	2.59 1.32	$\bar{x}$ s
P	4.07 1.47	4.25 1.40	4.15 1.28	2.84 1.42	$\bar{x}$ s

Tab. 7.60: Ergebnisse in der Wiedergabe durch Nachkleben, die Figuren im Vergleich (GESAMT, N = 82)

KL	W	SV	Ä	G	
Q1	5.72 0.52	5.66 0.72	5.69 0.53	3.57 2.46	$\bar{x}$ s
Q2	4.54 1.46	5.33 1.53	4.92 1.30	3.45 2.32	$\bar{x}$ s
T	4.42 1.48	4.47 1.56	4.45 1.43	3.01 2.24	$\bar{x}$ s
P	3.39 1.98	4.56 1.47	3.98 1.43	3.12 2.20	$\bar{x}$ s

Tab. 7.61: Ergebnisse in der Wiedergabe von Parallelen
beim ersten Zeichnen und beim Nachkleben
(GESAMT, N = 143 für Z1, N = 82 für KL)

	Q1		Q2		T	P		
	Par1	Par2	Par1	Par2	Par	Par1	Par2	
Z1	5.37 1.05	5.55 0.79	3.87 2.02	4.13 2.03	5.34 1.07	4.75 1.28	4.13 1.97	$\bar{x}$ s
KL	5.73 0.90	5.72 0.73	5.05 1.56	4.95 1.81	5.33 1.42	5.13 1.50	4.42 2.04	$\bar{x}$ s

Tab. 7.62: Diskriminationsleistungen, differenziert
nach Altersgruppen

	Q1	Q2	T	P	
unter 6 J.	4.67 1.34	4.54 1.32	4.96 1.40	4.71 0.86	$\bar{x}$ s
6 bis unter 7 J.	5.35 0.87	5.26 0.87	5.65 0.66	5.02 0.76	$\bar{x}$ s
7 und mehr J.	5.56 0.59	5.25 0.88	5.81 0.44	5.19 0.90	$\bar{x}$ s

Tab. 7.63: Reproduktionsleistungen beim Quadrat in Normal-lage, differenziert nach Altersgruppen

Q1		N	Par1	Par2	W	SV	Ä	G
Z1	unter 6 Jahre	28	5.14 0.85	5.29 1.05	4.98 0.78	5.26 0.69	5.08 0.68	2.65 $\bar{x}$ 2.10 s
	6 bis unter 7	51	5.51 0.61	5.59 0.64	5.37 0.81	5.56 0.49	5.46 0.54	3.73 $\bar{x}$ 1.91 s
	7 und mehr J.	64	5.36 1.36	5.64 0.76	5.26 0.78	5.42 0.84	5.35 0.73	4.13 $\bar{x}$ 1.50 s
KL	unter 6 Jahre	31	5.65 0.95	5.52 0.96	5.66 0.57	5.61 0.76	5.64 0.50	2.78 $\bar{x}$ 2.56 s
	6 bis unter 7	45	5.78 0.93	5.82 0.54	5.74 0.51	5.65 0.74	5.71 0.57	4.01 $\bar{x}$ 2.29 s
	7 und mehr J.	6	5.83 0.41	6.00 0.00	5.82 0.27	5.95 0.12	5.87 0.18	4.38 $\bar{x}$ 2.44 s

Tab. 7.64: Reproduktionsleistungen beim Quadrat auf der Spitze, differenziert nach Altersgruppen

Q2		N	Par1	Par2	W	SV	Ä	G
Z1	unter 6 Jahre	28	3.29 2.14	3.11 2.35	2.91 1.37	2.85 1.94	2.88 1.56	2.28 $\bar{x}$ 1.48 s
	6 bis unter 7	51	3.77 1.99	3.96 1.97	3.30 1.55	3.71 1.91	3.49 1.49	2.29 $\bar{x}$ 1.38 s
	7 und mehr J.	64	4.20 1.95	4.70 1.74	2.85 1.67	4.31 1.71	3.58 1.40	2.11 $\bar{x}$ 1.54 s
KL	unter 6 Jahre	31	4.29 2.09	4.36 2.39	4.19 1.80	4.92 2.07	4.54 1.74	2.80 $\bar{x}$ 2.42 s
	6 bis unter 7	45	5.49 0.90	5.38 1.17	4.67 1.19	5.62 1.06	5.12 0.88	3.92 $\bar{x}$ 2.21 s
	7 und mehr J.	6	5.67 0.32	4.83 1.60	5.33 1.02	5.60 0.70	5.45 0.83	3.30 $\bar{x}$ 2.09 s

Tab. 7.65: Reproduktionsleistungen beim Trapez, differenziert nach Altersgruppen

T		N	Par	W	SV	Ä	G	
Z1	unter 6 Jahre	28	4.54 1.84	3.72 1.84	4.02 1.54	3.87 1.52	2.50 1.49	$\bar{x}$ s
	6 bis unter 7	51	5.55 0.61	4.64 1.07	4.50 1.10	4.55 0.97	2.78 1.31	$\bar{x}$ s
	7 und mehr J.	64	5.52 0.71	4.53 1.05	4.53 0.82	4.52 0.78	2.48 1.25	$\bar{x}$ s
KL	unter 6 Jahre	31	4.77 2.05	4.00 1.84	3.88 1.96	3.94 1.80	4.40 2.26	$\bar{x}$ s
	6 bis unter 7	45	5.73 0.62	4.79 1.02	4.98 1.00	4.89 0.91	3.36 2.24	$\bar{x}$ s
	7 und mehr J.	6	5.17 0.75	3.82 1.88	3.65 1.49	3.73 1.63	2.45 2.08	$\bar{x}$ s

Tab. 7.66: Reproduktionsleistungen beim Parallelogramm, differenziert nach Altersgruppen

P		N	Par1	Par2	W	SV	Ä	G	
Z1	unter 6 Jahre	28	4.39 1.60	2.68 2.37	2.96 1.77	3.74 1.69	3.34 1.59	2.86 1.51	$\bar{x}$ s
	6 bis unter 7	51	4.80 1.30	4.49 1.73	4.43 1.22	4.48 1.26	4.43 1.09	3.03 1.46	$\bar{x}$ s
	7 und mehr J.	64	4.86 1.08	4.47 1.67	4.27 1.30	4.30 1.34	4.28 1.13	2.68 1.34	$\bar{x}$ s
KL	unter 6 Jahre	31	4.87 1.89	3.84 2.19	3.01 1.67	4.20 2.17	3.60 1.34	2.97 1.70	$\bar{x}$ s
	6 bis unter 7	45	5.29 1.22	4.73 1.92	3.75 1.78	4.87 1.28	4.32 1.17	3.31 2.26	$\bar{x}$ s
	7 und mehr J.	6	5.33 1.03	5.00 1.55	2.72 2.24	4.12 1.26	3.42 1.26	2.43 2.01	$\bar{x}$ s

Tab. 7.67: Ergebnisse beim Quadrat in Normallage, differenziert nach Reihenfolge der Verfahren

		Par1	Par2	W	SV	Ä	G	
Z1	I. ⁺	5.40	5.55	5.23	5.41	5.30	3.53	$\bar{x}$
		0.71	0.60	0.55	0.61	0.53	1.97	s
	II. ⁺	5.27	5.27	5.11	5.39	5.24	2.72	$\bar{x}$
		0.80	1.15	1.09	0.65	0.76	2.12	s
KL	I. ⁺	5.60	5.63	5.65	5.64	5.64	3.42	$\bar{x}$
		1.24	0.74	0.61	0.80	0.65	2.44	s
	II. ⁺	5.87	5.84	5.79	5.70	5.77	3.94	$\bar{x}$
		0.35	0.69	0.41	0.63	0.37	2.44	s

⁺ Gruppe I.: Zeichnen zuerst, N=40;
Gruppe II.: Kleben zuerst, N=37

Tab. 7.68: Ergebnisse beim Quadrat auf der Spitze, differenziert nach Reihenfolge der Verfahren

		Par1	Par2	W	SV	Ä	G	
Z1	I. ⁺	3.38	3.20	2.87	2.84	2.85	1.86	$\bar{x}$
		2.42	2.27	1.75	2.18	1.83	1.28	s
	II. ⁺	3.81	4.00	3.11	3.88	3.47	2.35	$\bar{x}$
		1.68	2.08	1.36	1.66	1.21	1.56	s
KL	I. ⁺	4.80	4.80	4.71	5.22	4.95	3.55	$\bar{x}$
		1.64	1.92	1.10	1.71	1.24	2.34	s
	II. ⁺	5.51	5.30	4.43	5.65	5.01	3.57	$\bar{x}$
		1.12	1.47	1.67	1.08	1.19	2.35	s

⁺ Gruppe I.: Zeichnen zuerst, N=40;
Gruppe II.: Kleben zuerst, N=37

Tab. 7.69: Ergebnisse beim Trapez, differenziert nach Reihenfolge der Verfahren

		Par	W	SV	Ä	G	
Z1	I. ⁺	5.15	4.14	4.36	4.24	2.92	$\bar{x}$
		1.21	1.65	1.17	1.30	1.34	s
	II. ⁺	5.14	4.20	4.23	4.20	2.44	$\bar{x}$
		1.44	1.36	1.42	1.43	1.27	s
KL	I. ⁺	5.30	4.42	4.50	4.45	2.91	$\bar{x}$
		1.97	1.46	1.56	1.44	2.30	s
	II. ⁺	5.65	4.59	4.70	4.65	3.34	$\bar{x}$
		0.63	1.21	1.27	1.10	2.19	s

⁺ Gruppe I.: Zeichnen zuerst, N=40;
Gruppe II.: Kleben zuerst, N=37

Tab. 7.70: Ergebnisse beim Parallelogramm, differenziert nach Reihenfolge der Verfahren

		Par1	Par2	W	SV	Ä	G	
Z1	I. ⁺	4.70	3.53	3.68	4.00	3.82	2.78	$\bar{x}$
		1.38	2.18	1.68	1.48	1.41	1.36	s
	II. ⁺	4.51	4.05	3.91	4.39	4.13	3.01	$\bar{x}$
		1.43	2.08	1.58	1.45	1.38	1.53	s
KL	I. ⁺	5.10	4.25	3.53	4.41	3.96	2.89	$\bar{x}$
		1.60	2.06	2.06	1.57	1.60	2.26	s
	II. ⁺	5.32	5.03	3.52	4.87	4.21	3.56	$\bar{x}$
		1.16	1.44	1.82	1.36	1.27	2.05	s

⁺ Gruppe I.: Zeichnen zuerst, N=40;
Gruppe II.: Kleben zuerst, N=37

Tab. 7.71: Leistungen bei Wiederholung der Zeichnung nach erstem Versagen (Punktwert für Ähnlichkeit unter 2.5), Ergebnisse beim Quadrat auf der Spitze

	N	Par1	Par2	W	SV	Ä	G	
Z1	30	1.97 2.31	1.47 1.83	1.30 1.24	0.77 1.06	1.04 0.86	1.37 1.13	$\bar{x}$ s
Z2	30	3.23 2.37	3.03 2.27	1.93 1.61	2.92 2.14	2.42 1.50	1.42 1.52	$\bar{x}$ s

Tab. 7.72: Leistungen bei Wiederholung der Zeichnung nach erstem Versagen (Punktwert für Ähnlichkeit unter 2.5), Ergebnisse beim Trapez

	N	Par	W	SV	Ä	G	
Z1	11	4.18 1.78	1.26 0.93	1.96 1.05	1.62 0.62	1.79 1.30	$\bar{x}$ s
Z2	11	4.00 1.55	2.41 1.95	2.85 1.64	2.60 1.75	1.72 0.93	$\bar{x}$ s

Tab. 7.73: Leistungen bei Wiederholung der Zeichnung nach erstem Versagen (Punktwert für Ähnlichkeit unter 2,5), Ergebnisse beim Parallelogramm

	N	Par1	Par2	W	SV	Ä	G	
Z1	14	2.79 1.93	0.64 1.08	1.32 1.19	1.46 1.36	1.38 0.98	1.34 1.04	$\bar{x}$ s
Z2	14	3.50 2.41	1.77 2.39	1.91 1.69	1.84 1.70	1.87 1.57	1.43 1.25	$\bar{x}$ s

Literaturverzeichnis

- van Aart, C.A. und Annokkee, H.A.: Sprach- und Denks-
training, Weinheim 1972³
- Abele, A.: Auswirkungen der Dienesschen Lerntheorie auf
die Unterrichtsgestaltung, Die Schulwarte,
1971, 2, 16 - 21
- Abele, A.: Förderung der Selbsttätigkeit durch Arbeits-
mittel, Die Grundschule 1977, 115 - 119
- Aebli, H.: Über die geistige Entwicklung des Kindes,
Stuttgart 1963
- Akhurst, B.A.: Die Untersuchung intellektueller Fähig-
keiten, Weinheim 1972
- Allgemeine Grundlagen der Pädagogik, Akademie der päd-
Wissensch. der UdSSR (Hrsg.), Berlin 1972
- Amthauer, R.: I-S-T 70, Göttingen 1970 und 1973
- Arbeitsgruppe Vorschulerziehung: Anregungen I Zur pädä-
gogischen Arbeit im Kindergarten, München 1973
- Arbeitsgruppe Vorschulerziehung: Anregungen II Zur Aus-
stattung des Kindergartens, München 1973
- Arndt, M.: Didaktische Spiele, Stuttgart 1970
- Arnold, B.N.: Elementare Topologie, Göttingen 1964
- Attwell, A.A., Orpet, R.E. und Meyers C.E.: Kindergar-
ten behavior ratings as a predictor of aca-
demic achievement, Journ. of School Psych.
1967, VI, 1, 43 - 46
- Baginski, K.: Kontrollierte Erprobung von 4 Einheiten
eines vorläufigen Vorschulcurriculums, Bei-
träge zum Mathematikunterricht 1972, Teil 1,
18 - 28
- Baldwin, A.L.: Theorien primärer Sozialisationsprozesse
1, Weinheim 1974
- Bareis, A.: Vom Kritzeln zum Zeichnen und Malen, Donau-
wörth² 1972
- Baron, J., Lawson, G. und Siegel, L.S.: Effects of
training and set size on children's judgments
of number and length, Dev. Psych. 1975, 11, 5,
583 - 588

- Bartley, H.S.: Perception, in: Ebel, R.L. (Hrsg.) Encyclopedia of Educational Research, London 1969
- Bauersfeld, H.: Die Grundlegung und Vorbereitung des geometrischen Denkens in der Grundschule, in: Roth, H. und Blumenthal, A. (Hrsg.), Die Reform der Grundschule, Teil I, Hannover 1970, 49 - 61
- Bauersfeld, H. et al.: Begleitschrift zum Körperspiel, Hannover 1973
- Baumgartner, A. und Günther, K.: Vorschulerziehung in der DDR - ausgewählte Programme, in: D. Höltershinken (Hrsg.), Vorschulerziehung 2, Freiburg 1973, 149 - 162
- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus: Der Übergang vom Kindergarten zur Grundschule, Donauwörth 1973
- Beitl, M.D.: Neue Aspekte der Vorschulerziehung, Die Schulwarte 1971, 8, 1 - 12
- Beiträge zum Lernzielproblem, Schriftenreihe des KM NRW, Heft 16, Ratingen 1972
- Bereiter, C. und Engelmann, S.: Teaching Disadvantaged Children in the Preschool, New Jersey 1966
- Berman, Ph.W., Cunningham, J.G. und Harkulich, J.: Construction of the horizontal, vertical and oblique by young children: Failure to find the "oblique effect", Child Dev., 1974, 45, 474 - 478
- Berman, Ph.W. und Golab, P.: Children's reconstruction of the horizontal, vertical and oblique in the absence of a rectangular frame, Dev. Psych. 1975, 11, 1, 117
- Besuden, H.: Topologie statt geometrischer Propädeutik in der Grundschule, Westermanns Pädagogische Beiträge 1969, 21, 163 - 169
- Besuden, H.: Die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens in der Grundschule, Die Schulwarte 1973, 8/9, 37 - 41
- Besuden, H.: Zur Raumgeometrie in der Grundschule, Westermanns Pädagogische Beiträge 1973, Bd. 25, 390 - 393

- Beutel, P., Küffner, H., Röck, E. und Schubö, W.: SPSS, Statistik-Programmsystem für die Sozialwissenschaften, Stuttgart 1976
- Blanckertz, H.: Theorien und Modelle der Didaktik, München 1972
- Blochmann, E., Geißler, G., Nohl, H. und Weniger, E. (Hrsg.): Fröbels Theorie des Spiels I, II, III, Weinheim 1962 und 1965
- Boehm, A.E.: Boehm Test of Basic Concepts, New York 1971
- Born, G. und Neumann, K.: TOPOLOGIE konkret - Eine Orientierungshilfe, schwarz auf weiss, 1977, 2, 32 - 37
- Brainerd, Ch.J.: The origins of number concepts, Scientific Am. 1973, 228, 3, 101 - 109
- Brill, E.: Rezension zu: W. Neunzig, Mathematik im Vorschulalter, ZdM 1974, 3, 133 - 136
- Brisson, D.W.: The school psychologist's use of direct observation, Journ. of School Psych., V, 2, 1967, 110 - 115
- Brown, A.L.: Psychophysically scaled cue differences, learning rate, and attentional strategies in tactile discrimination task, Journ. of Exp. Child Psych. 1972, 13, 283 - 302
- Brown, F.R.: The effect of an experimental course in geometry on ability to visualize in three dimensions, Diss. Abstr. XV (Part I, 1955), 83 - 84
- Bruner, J.S. (Hrsg.): Learning About Learning, Washington 1966
- Bruner, J.S.: Toward a Theory of Instruction, London 1971
- Bruner, J.S.: Der Prozeß der Erziehung, Berlin 1972
- Bruner, J.S.: Relevanz der Erziehung, Ravensburg 1973
- Bruner, J.S., Olver, R.R. und Greenfield P.M.: Studien zur kognitiven Entwicklung, Stuttgart 1971
- Bryant, P.E.: Discrimination learning and the study of transfer in young children, Br. Journ. Psychol. 1971, 62, 1, 1 - 11

- Bund deutscher Kunsterzieher (Hrsg.): Kind und Kunst, Berlin 1977
- Bussmann, H.: Jean Piaget und die Mathematikdidaktik, ZfPäd. 1974, 5, 703 - 718
- Callies, E.: Spielen in der Schule, motivationale Aspekte, in: Daublebsky, B. (Hrsg.), Spielen in der Schule, Stuttgart 1974
- Castelnuovo, E.: Didaktik der Mathematik, Frankfurt a.M. 1968
- Cattell, R.B.: Abilities: Their Structure, Growth and Action, Boston 1971
- Clauss, G. und Ebner, H.: Grundlagen der Statistik, Berlin 1971
- Cole, M.: A developmental study of factors influencing discrimination transfer, Journ. of Exp. Child Psych. 1973, 16, 126 - 147
- Colmez, F.: Vorschule und Primarstufe, Bericht auf dem 3. ICME, Karlsruhe 1976
- Correll, W.: Lernpsychologie, Donauwörth 1973
- Correll, W.: Lernen und Verhalten, Frankfurt 1972
- Cowle, I.M.: Is the 'new math' really better?, The Arithmetic Teacher 1974, 21, 1, 68 - 73
- Crandall, V.J., Katkovsky, W. und Preston, A.: Motivational and ability determinants of young children intellectual achievement behaviors, Child Dev. 1962, 33, 643 ff.
- von Cube, F.: Kybernetische Grundlagen des Lernens und Lehrens, Stuttgart 1965
- Dairy, L.: Does the use of Cuisenaire-rods in kindergarten, first and second grades upgrade arithmetic achievement?, ED 032128, 1969
- Daublebsky, B. (Hrsg.): Spielen in der Schule, Stuttgart 1974
- Dawydow, W.: Der moderne Anfangsunterricht und seine Anforderungen an die geistige Entwicklung der Vorschulkinder, Neue Erziehung im Kindergarten 1971, 5, 7 - 9
- Deal, T.N. und Maness, J.P.: New horizons in kindermath, Young Children 1968, 354 ff.

- Deutscher Bildungsrat - Empfehlungen der Bildungskommission: Strukturplan für das Bildungswesen, Stuttgart 1970
- Dienes, Z.P.: Aufbau der Mathematik, Freiburg 1969
- Dienes, Z.P.: Die sechs Stufen im mathematischen Lernprozeß, Freiburg 1971
- Dienes, Z.P.: Lebendige Mathematik 4, Erforschung räumlicher Strukturen, Freiburg 1974
- Dienes, Z.P. und Golding, E.W.: Mathematisches Denken und logische Spiele, Freiburg 1966
- Dienes, Z.P. und Golding, E.W.: Topologie und Schattengeometrie, Freiburg 1969 a
- Dienes, Z.P. und Golding, E.W.: Euklidische Geometrie, Freiburg 1969 b
- Dienes, Z.P. und Golding, E.W.: Methodik der modernen Mathematik, Freiburg 1970
- Dienes, Z.P. und Golding, E.W.: Die Entdeckung des Raumes, Freiburg 1971
- Dienes, Z.P. und Lunkenbein, D.: Zur Einführung von Kindern in mathematische Grundbegriffe, in: Schmahlohr, E. und Schüttler-Janikulla, K. (Hrsg.), Bildungsförderung im Vorschulalter I, Oberursel 1972, 218 - 228
- Dienes, Z.P. und Mezard, : Trimath und Quadrimath, Freiburg 1971
- Droz, R.: Grundformen mathematischer Aktivität im kindlichen Denken, Die Schulfarte 1971, 2, 5 - 15
- Dryer, H.S.: Testing little children: Some old problems in new setting, Childhood Education 1973, 49, 362 - 367
- Eggert, D. (Hrsg.): Zur Diagnose der Minderbegabung, Weinheim 1972
- Eggert, D. (Hrsg.): HAWIVA, Bern 1975
- Eisenberg, Th.A. und van Beynen, J.G.: Mathematics through visual problems, The Arithmetic Teacher 1973, 20, 2, 85 - 90
- Eliot, J. und Lehr, E.: Ober das räumliche Denken beim Kinde, ZfPäd. 1974, 20, 47 - 55

- Eliot, J. und Salkind, N.: Spatial abilities and children's spatial development, College Park, Md: Inst. Child Study 1973, 91 ff.
- Elkind, D.: Piaget and Montessori, Harvard Educational Research 1967, 535 ff.
- Elkind, D.: Cognition in infancy and early childhood, in: Eliot, J. (Hrsg.), Human Development and Cognitive Processes, New York 1971, 507 - 540
- Elkonin, D.B.: Zur Psychologie des Vorschulalters, Berlin 1967
- Engbarth, Sr.G.: Erziehung ohne Zwang, Kaiserslautern 1972
- Epstein, W.: Developmental studies of perception, in: Eliot, J. (Hrsg.), Human Development and Cognitive Processes, New York 1971, 225 - 249
- Falbo, T.: The attributional explanation of academic performance by kindergarteners and their teachers, Proceedings of the 81st Annual Convention of the Am. Psych. Ass. 1973, 8, 123 - 124
- Falbo, T.: Achievement attributions of kindergarteners, Dev. Psych. 1975, 11, 4, 529 - 530
- Fein, G.F. und Steward, C.: Day Care in Context, New York 1973, darin: Kap. 7, The Problem-solving Child
- Feldman, D.: Problems in the analysis of patterns of abilities, Child Dev. 1973, 44, 12 - 18
- Fishbein, H., Lewis, S. und Keiffer, K.: Children's understanding of spatial relations: Coordination of perspectives, Dev. Psych. 1972, 7, 1, 21 - 33
- Fisher, N.C.: Practical paper models for number concepts, The Arithmetic Teacher 1973, 20, 8, 630 - 633
- Flavell, J.H.: The Developmental Psychology of Jean Piaget, New York 1970
- Flitner, A.: Vorschulische Erziehung als "Schonraum" oder als "gezielte Herausforderung" im Hinblick auf die Erwachsenenwelt, in: Schmalohr, E. und Schüttler-Janikulla, K. (Hrsg.), Bildungsförderung im Vorschulalter I, Oberursel 1972, 44 - 47

- Flitner, A.: Spielen - Lernen, München 1973
- Floer, J. und Schipper, W.: Fünf Bonbons in der Tasche, Welt des Kindes 1974, 228 - 235
- Floer, J. und Schipper, W.: Offen oder zu - entscheide Du, Welt des Kindes 1974, 236 - 243
- Floer, J. und Schipper, W.: Wer macht mit?, Welt des Kindes 1974, 272 - 288
- Freund, H. und Sorger, P.: Denken mit Lego, Freiburg 1971
- Freund, H. und Sorger, P.: Kindliche Fähigkeiten und mathematische Früherziehung, Kiel 1974 a
- Freund, H. und Sorger, P.: Fähigkeiten im mathematischen Anfangsunterricht - Versuch einer Operationalisierung, Beiträge zum Mathematikunterricht 1974 b, 83 - 99
- Freudenthal, H.: Mathematik als pädagogische Aufgabe I, II, Stuttgart 1973
- Frey, H.: Intelligenz und mathematische Leistung, Freiburg 1973
- Fricke, A.: Räumliche Streckenzüge im Geometrieunterricht der Grundschule, Didaktik der Mathematik 1974, Heft 1, 1 - 11
- Fricke, A. und Besuden, H.: Mathematik, Elemente einer Didaktik und Methodik, Stuttgart 1970
- Frischeisen, J.: Das operative Prinzip im Geometrieunterricht, Pädagogische Welt 1976, Bd. 30, 200 - 204
- Frost, J.L.: Early Childhood Education Rediscovered, New York 1968
- Fuchs, W.: Eltern entdecken die Neue Mathematik, Mengen und Zahlen, München 1970
- Gagné, R.M.: Die Bedingungen des menschlichen Lernens, Hannover 1969
- Galperin, P.J.: Die geistige Handlung als Grundlage für die Bildung von Gedanken und Vorstellungen, in: Galperin, P.J. Leontjew, A.N. u.a., Probleme der Lerntheorie, Berlin 1973, 33 - 49

- Galperin, P.J., Saporoshez, A.W. und Elkonin, D.B.: Probleme des Erwerbs von Kenntnissen und Fertigkeiten und neue Unterrichtsmittel in der Schule, in: Galperin, P.J., Leontjew, A.N. u.a., Probleme der Lerntheorie, Berlin 1972, 66 - 81
- Gattegno, C.: Endlich kann Robert rechnen!, Neubiberg 1964
- Gattegno, C.: Mathematik mit Zahlen in Farben, I, II, III, Neubiberg 1964
- Gehrken, K.G.: Erziehung der 5- bis 6jährigen im Kindergarten oder in der Schule - Ausweitung der vorschulischen Erziehung für alle oder Schwerpunktbildung für Unterschichtkinder?, in: Schmalohr, E. und Schüttler-Janikulla, K. (Hrsg.), Bildungsförderung im Vorschulalter I, Oberursel 1972, 70 - 73
- Ghent, L.: Perception of overlapping and embedded figures by children of different ages, Am. Journ. Psychol. 1956, 69, 575 - 587
- Ghent, L.: Form and it's orientation: A child's eye view, Am. Journ. Psychol. 1961, 74, 177 - 190
- Gibson, E.J.: The formation and discovery of "Higher-Order" units in intellectual tasks, in: Bruner, J.S. (Hrsg.), Learning About Learning, Washington 1966, 212 - 216
- Gibson, E.J.: Principles of Perceptual Learning and Development, New York 1969
- Gibson, J.J.: Die Wahrnehmung der visuellen Welt, Weinheim 1973
- Gibson, J.J.: Die Sinne und der Prozeß der Wahrnehmung, Bern 1973
- Ginsburg, H. und Oppen, S.: Piagets Theorie der geistigen Entwicklung, Stuttgart 1975
- Glaus, I. und Senft, W.: Mathematische Früherziehung, Stuttgart 1971
- Glatfeld, M.: Geometrische Körper und Raummaß, Sachunterricht und Mathematik in der Grundschule 1973, 1, 439 - 451
- Glatfeld, M.: Geometrisches Zeichnen in der Primarstufe, Sachunterricht und Mathematik in der Grundschule 1975, 8, 399 - 411

- Glatfeld, M. und Schröder, E.Ch.: Anfangsunterricht in Geometrie unter phänomenologischer Hinsicht, Pädagogische Rundschau 1976, 30, 3 - 20
- Gottschaldt, K.: Über den Einfluß gehäufte Einprägung auf die Wahrnehmung von Figuren, Psychol. Forschung 1926, 8, 261 - 318
- Griesel, H.: Die Neue Mathematik für Lehrer und Studenten, Bd. 1, Hannover 1976
- Guay, R.B.: The relationship between mathematics achievement and spatial ability among elementary school children, Journ. of Res. in Math. Educ. 1977, 5, 211 - 215
- Gullasch, R.: Denkpsychologische Analysen mathematischer Fähigkeiten, Psychologische Beiträge Heft 14, Berlin 1973
- Hale, G.A. und Morgan, J.S.: Developmental trends in children's component selection, Journ. of Exp. Child Psych. 1973, 15, 302 - 314
- Heckhausen, H.: Die Entwicklung des Erlebens von Erfolg und Mißerfolg, in: Graumann und Heckhausen, Pädagogische Psychologie 1, Frankfurt 1973
- Hemmer, K.P.: Der Zahlbegriff im Vorschulalter, Weinheim 1972
- van Hiele, P.M.: Piagets Beitrag zu unserer Einsicht in die kindliche Zahlbegriffsbildung, Westermanns Pädagogische Beiträge 1958, 10, 397 - 408
- Hoenisch, N. Niggemeyer, E. und Zimmer, I.: Vorschulkin-der, Stuttgart 1969
- Holt, J.: Wie Kinder lernen, Weinheim 1971
- Hoof, D.: Handbuch der Spieltheorie Fröbels, Braunschweig 1977
- Horn, J.L.: Human abilities: A review of research and theory in the early 1970s, in: Rosenzweig, M.R. und Porter, L.W. (Hrsg.), Annual Review of Psychology 1976, 27, 437 - 485
- Hornstein, W.: Die Erziehungs- und Bildungsaufgaben im Kleinkindalter, in: Höltershinken, D., Vorschulerziehung, Freiburg 1973

- Howard, I.P. und Templeton, W.B.: Human Spatial Orientation, London 1966
- Hurych, F.: Betrachtung und Darstellung in ihrer Bedeutung für die Erkenntnisgewinnung, Blätter für Lehrerfortbildung 1976, 28, 254 - 258
- Immerzeel, G.: Geometric activities for early childhood education, The Arithmetic Teacher 1973, 20, 6, 438 - 448
- Immerzeel, G. und Wiederanders, D.: Ideas, The Arithmetic Teacher 1973, 20, 5, 367 - 374
- Inhelder, B. und Sinclair, H.: Das Lernen kognitiver Strukturen, in: Graumann und Heckhausen, H. (Hrsg.), Pädagogische Psychologie 1, Frankfurt 1973
- Johansson, B.S. und Sjölin, B.: Preschool children's understanding of the coordinators "And" and "Or", Journ. of Exp. Child Psych. 1975, 19, 233 - 240
- Judge, J.: A comparison of preschool children in observation tasks from two programs: Montessori and Science - A process Approach, ED 095013, 1974
- Kagan, J. und Lempkin, J.: Form, color and size in children's conceptual behavior, Child Dev. 1961, 32, 25 - 28
- Kapadia, R.: A critical examination of PIAGET-INHELDER's view on topology, Educ. Stud. in Math. 1974, 419 - 424
- Karaschewski, H.: Irrwege moderner Rechendidaktik, Bonn - Bad Godesberg 1969
- Keitel, Ch.: Rezension zu: Freudenthal, H., Mathematik als pädagogische Aufgabe, ZfPäd. 1974, Bd. 20, Nr. 5
- Keller, M.: Spiel und kognitives Lernen, ein Widerspruch?, in: Daublebsky, B. (Hrsg.), Spielen in der Schule, Stuttgart 1974
- Kemp, W.: Die Geschichte des Zeichenunterrichts vor 1870 als Geschichte einer Methode, in: Bund deutscher Kunsterzieher (Hrsg.), Kind und Kunst, Berlin 1977

- Kerlinger, F.N.: Foundations of Behavioral Research, London 1970
- Kirsch, A.: Rezension zu: Freudenthal, H., Mathematik als Pädagogische Aufgabe, ZdM 1974, Heft 1, 19 - 23
- Klahr, D. und Wallace, J.G.: The role of quantification operators in the development of conservation of quantity, Cognitive Psychology 1973, 4, 301 - 327
- Klauer, Fricke, u.a.: Lehrzielorientierte Tests, Düsseldorf 1972
- Kleber, E.W.: Der Einfluß äußerer Faktoren auf die Konzentration und Belastbarkeit von Vorschülern, Psychologie in Erziehung und Unterricht 1973, 20, 235 - 243
- Kleinschmidt, G.: Diskussion - Neue Mathematik, Neue Unterrichtspraxis 1974, 2, 88 - 94
- Kline, M.: Warum kann Hänschen nicht rechnen?, Weinheim 1974
- Klippstein, H.: Stolperweg und Kullerstraße, Freiburg 1974
- Klinke, W.: Spiel- und Arbeitsmittel im Vor- und Grundschulalter, Wien 1976
- Klose, K.-D. und Krauter, S.: Geometrie in der Grundschule, ZdM 1976, 8, 2, 54 - 67
- Kodroff, J.K. und Roberge, J.J.: Developmental analysis of the conditional reasoning abilities of primary-grade children, Dev. Psych. 1975, 11, 1, 21 - 28
- Koops, H. und Sorger, P.: Fallstudien zum räumlichen Vorstellungsvermögen, Sachunterricht und Mathematik in der Grundschule 1977, 5, 8, 400 - 409
- Kornmann, R., Richter, H. und Müller, H.-P.: Ist Frostigs Entwicklungstest der visuellen Wahrnehmung (FEW) ein reiner Wahrnehmungstest? - Graphomotorik als Aspekt seiner differentiellen Validität, Praxis der Kinderpsychologie und Kinderpsychiatrie 1976, 7, 256 - 259

- Kothe, S.: Mathematik in der Vorschulerziehung - fachspezifischer Lernbereich oder Aktivitätsfeld für allgemeines strukturerkennendes Denken?, Die Schulfarte 1971, 8, 36 - 46
- Kramer, J.: Kramer Intelligenztest, Solothurn 1970
- Kranz, Ch.: Legevorlagen zur Entwicklung geistiger Fähigkeiten, Neue Erziehung im Kindergarten 1971, Heft 2
- Kratzmeier, H.: Kleinkindmathematik, Weinheim 1972
- Kratzmeier, H.: Dein Kind kann mehr, Limburg 1974
- Krause, J. und Kossolapow, L.: Die Förderung der visuellen Wahrnehmung bei Vorschulkindern anhand des Frostig-Programms, Welt des Kindes 1973, 5, 233 - 251
- Krutezki, W.A.: Altersbesonderheiten der Entwicklung mathematischer Fähigkeiten bei Schülern, Mathematik in der Schule 1968, 1, 44 - 58
- Landa, L.N.: Algorithmierung im Unterricht, Berlin 1969
- Laugwitz, D.: Die Entwicklung der Mengendenkweise, Die Schulfarte 1973, 8/9
- Lauter, J. (Hrsg.): Der Mathematikunterricht in der Grundschule, Donauwörth 1976
- Lauter, J. und Röhrli, E.: Kummer mit der Neuen Mathematik, Freiburg 1974
- Laurendeau, M. und Pinard, A.: The Development of the Concept of Space in the Child, New York 1970
- Laux, J.: Die Bildung des Zahlbegriffs in den ersten drei Schuljahren, Stuttgart 1969
- Leiter, R.G.: The Leiter International Performance Scale, Chicago 1969
- Leontjew, A.N.: Das Lernen als Problem der Psychologie, in: Galperin, P.J., Leontjew, A.N. u.a., Probleme der Lerntheorie, Berlin 1972, 11 - 32
- Leontjew, A.N.: Probleme der Entwicklung des Psychischen, Berlin 1967
- Liedtke, W.W.: Experiences with blocks in kindergarten, The Arithmetic Teacher 1975, 22, 5, 406 - 413

- Liedtke, W.W. und Nelson, L.D.: Activities in mathematics for preschool children, The Arithmetic Teacher 1973, 20, 7, 536 - 542
- Lienert, G.A.: Testaufbau und Testanalyse, Weinheim 1969
- Lockowandt, O. (Hrsg.): Frostigs Entwicklungstest der visuellen Wahrnehmung, Weinheim 1974
- Lompscher, J.: Wesen, Bedingungen und Möglichkeiten der Entwicklung geistiger Fähigkeiten, Pädagogik 1970, 1, 66 - 75
- Lompscher, J.: Zur psychologischen Analyse der Lerntätigkeit, Pädagogik 1971, 8, 741 - 752
- Lompscher, J.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Entwicklung geistiger Fähigkeiten, Berlin 1972
- Lörcher, G.A.: Wie logisch sind die logischen Blöcke?, Beiträge zum Mathematikunterricht 1973
- Löttgen, U.: Zur Topologie in der Grundschule, Die Grundschule 1972, 4, 94 - 105
- Love, H.D.: Early Childhood Education, Springfield 1971
- Mackay, C.K., Brazendale, A.H. und Wilson, L.F.: Concepts of horizontal and vertical: a methodological note, Dev. Psych. 1972, 7, 232 - 237
- Maier, H.: Der mathematische Raum, Pädagogische Welt 1970, 24, 39 - 47
- Marjoribanks, K., Umwelt, soziale Schicht und Intelligenz, in: Graumann, und Heckhausen, H. (Hrsg.), Pädagogische Psychologie 1, Frankfurt 1973
- Martin, J.L.: An analysis of some of Piaget's topological tasks from a mathematical point of view, Journ. for Res. in Math. Educ. 1976, 8, 1, 8 - 24
- The Mathematical Association: Why, what and how?, 1976
- McAlon, Sr.M.: Logical thinking, ED 036432
- Messner, H.: Rezension zu: Steiner, G., Mathematik als Denkerziehung, ZfPäd. 1974, 803 - 811
- Miller, P.H., Heldmeyer, K.H. und Miller, S.A.: Facilitation of conversation of number in young children, Dev. Psych. 1975, 11, 2, 253

- Mitschka, A. und Strehl, R.: Einführung in die Geometrie, Freiburg 1975
- Montada, L.: Die Lernpsychologie Jean Piagets, Stuttgart 1970
- Montessori, M.: Mein Handbuch - Grundsätze und Anwendung meiner neuen Methode der Selbsterziehung der Kinder, Stuttgart 1928
- Montessori, M.: Selbsttätige Erziehung im frühen Kindesalter, Stuttgart 1928
- Montessori, M.: Über die Bildung des Menschen, Freiburg 1966
- Montessori, M.: Von der Kindheit zur Jugend, Freiburg 1966
- Montessori, M.: Die Entdeckung des Kindes, Freiburg 1969
- Montessori, Mario: Gids voor huishoudlijk werk, zintuiglijke oefeningen, rekenen en taal in de Montessori School, Nederlandse Montessori Vereniging 1964
- Müller, G. und Wittmann, E.: Der Mathematikunterricht in der Primarstufe, Braunschweig 1977
- Nederlandse Montessori Vereniging in samen werking met Stichting Montessori Centrum (Hrsg.): Het montessori materiaal, deel 1, 1973
- Neimark, E.D. und Slotnick, N.S.: Development of the understanding of logical connectives, Journ. of Educ. Psych. 1970, 61, 451 - 460
- Neunzig, W.: Mathematik im Vorschulalter, Freiburg 1972
- Neunzig, W. und Sorger, P.: Einstieg in die Mathematik, Freiburg 1972
- Nickel, H.: Die visuelle Wahrnehmung im Kindergarten- und Einschulungsalter, Stuttgart 1967
- Nuffield Foundation (Hrsg.): Nuffield Mathematics Project, London 1967
- Odenbach, K.: Studien zur Didaktik der Gegenwart, Braunschweig 1963
- Odom, R.D. und Guzman, R.D.: Problem solving and the perceptual salience of variability and constancy: A developmental study, Journ. of Exp. Child Psych. 1970, 9, 156 - 165

- Olson, D.R.: Cognitive Development: The Child's Acquisition of Diagonality, New York 1970
- Olson, D.R.: Ober begriffliche Strategien, in: Bruner, J.S. u.a., Studien zur kognitiven Entwicklung, Stuttgart 1971, 171 - 190
- O'Neil, W.M.: Basic Issues in Perceptual Theory, in: Eliot, J. (Hrsg.), Human Development and Cognitive Processes, New York 1971
- Oswald, P.: Das Kind im Werke Maria Montessoris, Mülheim (Ruhr) 1958
- Oswald, P. und Schulz-Benesch, G.: Grundgedanken der Montessori-Pädagogik, Freiburg 1967
- Ott, E.: Vorschulische Intelligenzförderung, Stuttgart 1970
- Otte, M.: Notizen zum Problem der Interdisziplinarität, in: Schriftenreihe des IDM 1974, Bd. 1, Bielefeld 1974
- Otto, E.: Lernen mit der Rechenwaage, Freiburg 1973
- Payne, J.N. (Hrsg.) Mathematics Learning in Early Childhood, 37th Yearbook of NCTM, 1975
- Pawlik, K.: Dimensionen des Verhaltens, Bern 1971
- Piaget, J.: Die Genese der Zahl beim Kinde, Westermanns Pädagogische Beiträge 1958, 9, 357 ff.
- Piaget, J. und Szeminska, A.: Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde, Stuttgart 1965
- Piaget, J.: Psychologie der Intelligenz, Zürich 1967
- Piaget, J.: Das Erwachen der Intelligenz beim Kinde, Stuttgart 1969
- Piaget, J.: Nachahmung, Spiel und Traum, Stuttgart 1969
- Piaget, J., Inhelder, B. u.a.: Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde, Stuttgart 1971
- Piaget, J., Inhelder, B. und Szeminska, A.: Die natürliche Geometrie des Kindes, Stuttgart 1974
- Piaget, J.: Wie Kinder mathematische Begriffe bilden, in: Graumann, und Heckhausen, H. (Hrsg.), Pädagogische Psychologie 1, Frankfurt 1973

- Picard, N.: Mathematik im Kinderspiel, Köln 1974
- Polya, G.: Schule des Denkens, Bern 1949
- Pottinger, B.: Measuring, discovering and estimating in the metric way, The Arithmetic Teacher 1975, 22, 5
- Prytulak, L.S. und Boodie, D.A.: Effect of Length, density and angle between arms on gestalt grouping, Brit. Journ. of Psych. 1975, 66, 1, 91 - 99
- Radatz, H.: Einige kognitive Aspekte des Geometrielernehmens, unveröffentlichtes Manuskript eines Vortrags, Oberwolfach, Nov. 1977
- Radatz, H., Rickmeyer, K. und Bauersfeld, H.: Mathematik im frühen Kindesalter, in: Schmalohr, E. und Schüttler-Janikulla, K. (Hrsg.), Bildungsförderung im Vorschulalter I, Oberursel 1972, 229 - 237
- Rahn, G.: Die Omnivalenz der "Farbenzahlen" Cuisenaires, Beiträge zum Mathematikunterricht 1973
- Rand, C.W.: Copying in drawing: The importance of adequate visual analysis versus the ability to utilize drawing rules, Child Dev. 1973, 44, 47 - 53
- Rauh, H.: Entwicklungspsychologische Analyse kognitiver Prozesse, Weinheim 1972
- Riedel, K.: Lehrhilfen zum Entdeckenden Lernen, Hannover 1973
- Röhrs, H.: Allgemeine Erziehungswissenschaft, Weinheim 1969
- Robinson, E.: Geometry, in: Payne, J.N. (Hrsg.), Mathematics Learning in Early Childhood, 37th Yearbook of NCTM 1975
- Rost, D.H.: Der Begabungsfaktor "Raumvorstellung", Dissertation, Hamburg 1976
- Roth, H. (Hrsg.): Begabung und Lernen, Stuttgart 1972
- Rurik, G.: Montessori-Pädagogik und moderne Vorschulziehung, Die Grundschule 1971, 4, 40 - 46
- Ruthenberg, K., Ockel, B. und Gobbin, H.-CH.: Das Münchener Montessori-Modell, Neue Sammlung 1974, 14, 289 - 310

- Sawall, A. u.a.: Legevorlagen zur Entwicklung geistiger Fähigkeiten II, Neue Erziehung im Kindergarten 1971, 5
- Schaeffer, B., Eggleston, V.H. und Scott, J.L.: Number development in young children, Cognitive Psychology 1974, 6, 357 - 379
- Schenk-Danziger, L.: Entwicklungstest für das Schulalter, Wien 1953
- Schinköthe, H. und Kretschmer, G.: Mengen und Längen im Kindergarten, Berlin 1972
- Schlüsselbegriffe in der Vorschulerziehung, hrsg. vom Arbeitskreis Vorschulerziehung an der PH Schwäbisch-Gmünd, Leitung: Retter, H., Freiburg 1973, darin: Lauter, J. Mathematik, 68 - 93
- Schmalohr, E.: Zur ganzheitlichen und einzelheitlichen Auffassung in der visuellen Wahrnehmung bei 4-6jährigen Kindern, in: Irle, M., Bericht über den 26. Kongreß der DGfP 1968, Göttingen 1969
- Schmalohr, E.: Möglichkeiten und Grenzen einer kognitiven Frühförderung, in: Höltershinken, D. (Hrsg.), Vorschulerziehung, Freiburg 1973
- Schmalohr, E. und Schüttler-Janikulla, K. (Hrsg.): Bildungsförderung im Vorschulalter I, II, Oberursel 1972
- Schüttler-Janikulla, K. u.a.: Arbeitsmappen zum Sprachtraining und zur Intelligenzförderung 1 - 3, Oberursel 1968
- Schüttler-Janikulla, K.: Einschulungsalter und Vorklasse, Erziehung und Psychologie, 51, München 1971
- Schwerdt, D.: Frühkindliche Sozialisation und die Rolle unbewußter Lernprozesse bei Montessori, Vierteljahresschrift für wiss. Päd. 1973, 2, 116 - 123
- Seidel, G.: Zahlbegriffsentwicklung und Erstrechenunterricht, Weinheim 1973
- Senft-Säuberli, W.: Mathematische Erziehung auf der Primarstufe, Die Schulfache 1971, 2, 1 - 4

- Shantz, C.U. und Smock, Ch.D.: Development of distance conservation and the spatial coordinate system, Child Dev. 1966, 37, 943 - 948
- Shantz, C.U. und Watson, J.: Spatial abilities and spatial egocentrism in the young child, Child Dev. 1971, 42, 171 - 181
- Sharp, E.: Denken, ein Kinderspiel, Stuttgart 1970
- Sigel, J.E., Roeper, A. und Hooper, F.H.: A training procedure for acquisition of Piaget's conservation of quantity: A pilot study and its replication, Brit. Journ. of Educ. Psych. 1966, 36, 301 - 311
- Sime, M.: A Child's Eye View, London 1973
- Skatkin, L.N.: Use of set theory concepts as the basis for teaching mathematics, Soviet Education 1971, XIII, 8/9/10, 72 - 79
- Smith, R.B.: Teaching mathematics to children through cooking, The Arithmetic Teacher 1974, 21, 6, 480 - 484
- Smothergill, D.W., Hughes, F.P., Timmons, St.A. und Hutko, P.: Spatial visualising in children, Dev. Psych. 1975, 11, 1, 4 - 13
- Sorger, P.: Mathematiker erobern das Kinderzimmer, in: Vorschulzeit, Handbuch für Eltern und Erzieher, Weinheim 1972, 97 - 116
- Steiner, G.: Mathematik als Denkerziehung, Stuttgart 1973
- Steiner, G.: Kind und Mathematik, ZfPäd. 1974, 5, 677 - 702
- Stewin, L.L. und Martin J.: A comparison of the developmental stages proposed by L.S. Vygotsky and J. Piaget, ED 096000
- Stübe, R.: Möglichkeiten der Geometrie in der Grundschule, Neue Wege im Unterricht 1971, 22, 30 - 41
- Stückrath, F.: Kind und Raum, München 1963
- Suppes, P.: Towards a behavioral psychology of mathematical thinking, in: Bruner, J.S. (Hrsg.), Learning About Learning, Washington 1966, 226 - 234

- Suppes, P. und Feldman, S.: Young children's comprehension of logical connectives, Journ. of Exp. Child Psych. 1971, 12, 304 - 317
- Taruntajewa, T.: "Mathematics" in Kindergarten, Soviet Education 1971, XIII, 8/9/10, 97 - 107
- Thomae, H.: Beobachtung und Beurteilung von Kindern, Basel 1973
- Thurner, F. und Wennehorst, L.: Kann Ängstlichkeit zur Lösung von Denkaufgaben förderlich sein?, Psych. Rundschau 1972, 23, 115 ff.
- Tuddenham, R.D.: Intelligence, in: Ebel, R.L. (Hrsg.), Encyclopaedia of Educational Research, London 1969
- Uhr, H.: Begründung, Inhalte und Durchführung des propädeutischen Geometrieunterrichts, in: Lauter, J. (Hrsg.), Der Mathematikunterricht in der Grundschule, Donauwörth 1976
- Valett, R.E.: A developmental task approach to early childhood education, Journ. of School Psych. 1967, V, 2, 136 - 147
- Valett, R.E.: The evaluation and programming of Basic Learning Abilities, Journ. of School Psych. 1968, VI, 4, 227 - 237
- Vogeli, B.R.: Mathematics education in Russia and the Soviet Union, Soviet Education 1971, XIII, 8/9/10, 5 - 11
- Voigt, E.: Zur Rolle visuell-räumlicher Fähigkeiten beim Begriffsbilden von Kindern, Dissertation, Göttingen 1975
- Vollrath, H.-J.: The understanding of similarity and shape in classifying tasks, Educ. Stud. in Math. 1977, 8, 211 - 224
- Wagenschein, M.: Verstehen lehren, Weinheim 1970
- Weidig, I.: Topologie als geometrische Propädeutik? - Bericht über eine Untersuchung, Beiträge zum Mathematikunterricht 1975, 207 - 211
- Weigl, I.: Vergleichen-Ordnen-Zuordnen, Berlin 1972
- Weiner, B.: Die Wirkung von Erfolg und Mißerfolg auf die Leistung, Bern 1975

- Weis, V. und Bauersfeld, H.: Neue Mathematik und Rechenfertigkeit, Westermanns Päd. Beiträge 1973, 3, 127 - 135
- Wildauer, G.: Zur Entwicklung der geistigen Tätigkeit im Vorschulalter, Berlin 1968
- Wildauer, G.: Material zum Bilden von Rangreihen, Neue Erziehung im Kindergarten 1971, 7/8
- Williford, H.J.: A study of transformational geometry instruction in the primary grades, ED 047961, 1971
- Wilmhurst, L.A.: Training preschoolers to understand left-right and spatial relations, ED 096005
- Winter, Heinrich: Geometrisches Vorspiel im Mathematikunterricht, Mathematikunterricht 1971, 5, 40 - 66
- Winter, Heinrich: Was soll Geometrie in der Grundschule?, ZdM 1976, 8, 1, 14 - 18
- Winter, Heinz: Zur Problematik des Geometrieunterrichts in der Grundschule, Lebendige Schule 1970, 25, 208 - 212
- Winter, M.: Geometrische Aktivitäten im Vorschulalter, Beiträge zum Mathematikunterricht 1977, 299 - 302
- Wittmann, E.: Rezension zu: Steiner, G., Mathematik als Denkerziehung, ZdM 1974, 2
- Wittmann, E.: Grundfragen des Mathematikunterrichts, Braunschweig 1975
- Wood, D.: The Piaget-process-matrix; School, Science and Mathematics 1974, LXXIV, 5
- Wright, H.F.: Observational child study, in: Mussen, P.H. (Hrsg.), Handbook of Research Methods in Child Development, New York 1960, 71 - 139
- Zelniker, T. Oppenheimer, L. und Renan, A.: Effect of dimensional salience and salience of variability on problem solving: A developmental study, Dev. Psych. 1975, 11, 3, 334 - 341
- Ziegler, Th. und Schumacher, B.: Denkspiele für kleine und große Leute 1, Hannover 1971
- Ziegler, Th. und Schumacher, B.: Denkspiele für kleine und große Leute 2, Hannover 1973

Zimmer, J.: Zur Integration von Elementar- und Primarbereich, b:e 1977, 12, 31 - 34

Lebens- und Bildungsgang

Am 15.3.1949 wurde ich in Alstätte (Westf.) als Sohn des Postbeamten Hermann Winter und seiner Ehefrau Johanna, geb. Schroth, geboren. Von 1955 bis 1959 besuchte ich hier die katholische Volksschule Alstätte, ehe ich zum Alexander-Hegius-Gymnasium in Ahaus überwechselte, an dem ich 1967 das Abitur bestand.

Im Wintersemester 1967/68 nahm ich an der Westf. Wilhelms-Universität in Münster das Studium der Mathematik auf, das ich mit dem Wahlfach mathem. Logik nach dem Vordiplom 1969 im Juli 1973 mit dem Hauptdiplom abschloß.

1971/72 begann ich das Studium der Erziehungswissenschaft und Philosophie; 1975 legte ich an der WWU Münster das erste Staatsexamen im Fach Pädagogik ab.

Außerhalb des Studiums absolvierte ich 1975 bis 1977 einen Lehrgang in Montessori-Pädagogik, den ich mit dem Montessori-Diplom abschließen konnte.

Von 1967 bis 1973 war ich als studentische Hilfskraft an der WWU Münster tätig, anschließend bis Ende 1973 als wissenschaftliche Hilfskraft für Didaktik der Mathematik. Von 1973 bis 1976 nahm ich eine nebenamtliche Lehrtätigkeit im Fach Mathematik am Hittorf-Gymnasium in Münster wahr.

Seit 1974 bin ich wissenschaftlicher Assistent im Fach Mathematik und Didaktik der Mathematik an der PH Westf.-Lippe, Abteilung Münster.

Martin Winter

